

تمرين 1 (10 ن)

نعتبر في المستوى العقدي المنسوب الى م م م م م M A و B اللتين لحيهما على التوالي

$$z_B = 2 \text{ و } z_A = i$$

(1) حدد لحي النقطة B_1 صورة النقطة B بالتحاكي h الذي مركزه A ونسبته $\sqrt{2}$

(2) حدد لحي النقطة B' صورة النقطة B_1 بالدوران الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{4}$

(II) نعتبر التحويل f الذي يربط كل نقطة M لحيها z بالنقطة M' التي لحيها z' بحيث :

$$z' = (1+i)z + 1$$

(1) حدد A' و B' صورتا A و B بالتطبيق f على التوالي

(2) أ- تحقق أن : $\frac{z' - z}{i - z} = -i$ لكل z مخالف ل i

ب- استنتج أن : $\left(\overline{MA}; \overline{MM'} \right) = \frac{-\pi}{2} [2\pi]$ لكل نقطة M مخالفة للنقطة A

3- حدد (Γ) مجموعة النقط M ذات اللحي Z بحيث : $|Z - 2| = \sqrt{2}$

4- أ- بين أن : $z' - 3 - 2i = (1+i)(z - 2)$ لكل عدد عقدي z

ب- استنتج أنه إذا كانت النقطة M تنتمي إلى (Γ) فإن النقطة M' تنتمي إلى دائرة ينبغي

تحديد مركزها وشعاعها

تمرين 2 (10 ن)

(I) لتكن g الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على \mathbb{R}^+ بما يلي : $g(x) = \ln x - x + 1$

(1) أحسب النهايات التالية : $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$

(2) أدرس تغيرات الدالة g ثم استنتج أن $g(x) \leq 0$ ($\forall x \in \mathbb{R}^+$)

(II) لتكن f الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R}^+ بما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = x - \sqrt{x} \ln x & ; x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

(1) بين أن f متصلة في 0 على اليمين

(2) بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

(3) بين أن C_f يقبل فرعاً شلجيميا في اتجاه المستقيم $y = x$: (Δ) بجوار $+\infty$

ب- أدرس الوضع النسبي ل C_f مع المستقيم : (Δ)

(4) أ- أدرس قابلية الإشتقاق في 0 على اليمين واعط تأويلا هندسيا للنتيجة المحصلة

ب- بين أن $\forall x > 0, f'(x) = -\frac{1}{\sqrt{x}} g(\sqrt{x})$

ج- ضع جدول تغيرات الدالة f

(5) أرسم C_f في معلم متعامد ممنظم