التمرين 01

احسب الحدود الخمس الأولى للمتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ في كل حالة من الحالات التالية :

① $u_n = 2n+5$ ② $u_n = 2^n - 1$

③ $u_n = \dfrac{4n^2+3n}{n^2+1}$ ④ $u_n = \sin\left(n\dfrac{\pi}{2}\right)$

التمرين 02

نعتبر المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بحدها العام u_n .

اكتب بدلالة n الحدود u_{n-1} ; u_{n+1} ; u_{2n} ; u_{2n+3} في كل حالة من الحالات التالية :

① $u_n = \dfrac{n}{n^2+4}$ ② $u_n = 3n^2 - 1$

③ $u_n = \dfrac{n^2+n+1}{2n+1}$ ④ $u_n = 1-2^n$

التمرين 03

نعتبر المتتالية المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ (\forall n\in\mathbb{N});u_{n+1} = \dfrac{u_n}{1+u_n} \end{cases}$$

1 / احسب u_1 و u_2 و u_3 .

2 / بين بالترجع أن : $(\forall n\in\mathbb{N})\ ;\ u_n = \dfrac{2}{2n+1}$

التمرين 04

1 / بين أن المتتالية $(u_n)_{n\in I}$ مكبورة بالعدد M في الحالات التالية :

$(\forall n\in\mathbb{N});u_n = \dfrac{2n}{n^2+1}$; $M = 1$

$(\forall n\in\mathbb{N});u_n = \sqrt{1+\dfrac{3}{n+1}}$; $M = 2$

2 / بين أن المتتالية $(v_n)_{n\in I}$ مصغورة m في الحالات التالية :

$(\forall n\in\mathbb{N});v_n = \dfrac{3n+2}{n+1}$; $m = 2$

$(\forall n\in\mathbb{N});v_n = n^2+5n$; $m = -7$

3 / نعتبر المتتالية $(u_n)_{n\in I}$ المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = \dfrac{2}{3} \\ u_n = \dfrac{1}{4}u_n + \dfrac{3}{8} \end{cases}$$

بين بالترجع أن: $(\forall n\in\mathbb{N});\dfrac{1}{2}\le u_n \le \dfrac{2}{3}$

التمرين 05

1 / لتكن المتتالية العددية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي :

$(\forall n\in\mathbb{N})\ ;\ u_n = \dfrac{2n+3}{n+1}$ بين أن $(\forall n\in\mathbb{N})\ ;\ 2\le u_n \le 3$

2 / لتكن المتتالية العددية $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي :

$$(\forall n\in\mathbb{N})\ ;\ v_n = 2(-1)^n + \cos n$$

بين أن المتتالية $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ محدودة .

التمرين 06

نعتبر المتتالية المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{1}{1+u_n} \end{cases}$$

1 / احسب u_1 و u_2 u_3 .

2 / بين بالترجع أن : $(\forall n\in\mathbb{N})\ ;\ 0\le u_n \le 1$

التمرين 07

ادرس رتابة المتتالية (u_n) في كل حالة من الحالات التالية :

① $u_n = \dfrac{2n-1}{n+4}$ ② $u_n = 4\times\left(\dfrac{1}{3}\right)^n$

③ $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2 \end{cases}$ ④ $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = u_n - 3n \end{cases}$

⑤ $u_n = -n^3 + 3n$ ⑥ $u_n = \dfrac{n+1}{2^n}$

التمرين 08

لتكن (u_n) متتالية عددية معرفة بما يلي :

$$\forall n\ge 1: u_n = 1 + \frac{1}{2} + ... + \frac{1}{n}$$

1 / احسب : u_1 ; u_2 ; u_3 ; u_4

2 / بين أن (u_n) متتالية تزايدية .

التمرين 09

نعتبر المتتالية $(u_n)_{n\ge 5}$ المعرفة بما يلي :

$$\forall n\ge 5: u_n = n^2 - 10n + 26$$

بين أن $(u_n)_{n\ge 5}$ متتالية تزايدية .

التمرين 10

لتكن (u_n) المتتالية المعرفة بما يلي : $u_n = 3n-2$

1 / بين أن (u_n) متتالية حسابية محددا أساسها وحدها الأول ثم ادرس رتابتها .

2 / مثل مبيانيا المتتالية (u_n)

التمرين 11

لتكن (u_n) المتتالية المعرفة بما يلي :

$$u_0 = 3 \quad \text{و} \quad u_{n+1} = \frac{5u_n - 4}{u_n + 1}$$

إعداد : ذ.أسويدي

Souidi_Mohammed@yahoo.fr

1/ احسب : u_1 و u_2

2 / نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة بما يلي : $(\forall n\in\mathbb{N});v_n=\frac{1}{u_n-2}$.

i / بين أن (v_n) متتالية حسابية أساسها $\frac{1}{3}$.

ii / استنتج u_n بدلالة n

التمرين 12

لتكن (u_n) المتتالية المعرفة بما يلي :

$u_1=1$ و $u_2=4$ و $(\forall n\geq 2);u_{n+1}=2u_n-u_{n-1}+2$

ونعتبر (v_n) المتتالية العددية المعرفة ب:

$$\left(\forall n\in\mathbb{N}^*\right);v_n=u_{n+1}-u_n$$

1 / احسب : v_1 ; v_2 ; v_3

2 / حدد طبيعة المتتالية $(v_n)_{n\geq 1}$.

التمرين 13

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي:

$u_0=0$ و $u_1=1$ و $(\forall n\in\mathbb{N});u_{n+2}=3u_{n+1}-2u_n$

1 / احسب : u_2 ; u_3 ; u_4 .

2 / لتكن (v_n) المتتالية العددية المعرفة بما :

$$(\forall n\in\mathbb{N});v_n=u_{n+1}-u_n$$

i / بين أن (v_n) متتالية هندسية محددا أساسها وحدها الأول

ii / اكتب تعبير v_n بدلالة n

iii / ليكن n من $\mathbb{N}^*$ أحسب المجموع $S_n=v_0+v_1+\ldots+v_{n-1}$ بدلالة n .

iv / استنتج تعبير u_n بدلالة n

التمرين 14

لتكن (u_n) متتالية عددية معرفة بما يلي:

$$\begin{cases}u_0=0\\ u_{n+1}=\dfrac{2u_n+3}{u_n+4} \quad ; \quad n\in\mathbb{N}\end{cases}$$

1 / أحسب : u_1 ; u_2 ; u_3 .

2 / لتكن (v_n) المتتالية العددية المعرفة ب: $(\forall\in\mathbb{N});v_n=\frac{u_n-1}{u_n+3}$

i / أحسب : v_0 ; v_1 ; v_2

ii / بين أن : $(\forall n\in\mathbb{N});0<u_n<1$.

iii / بين أن (u_n) متتالية تزايدية

iv / بين أن (v_n) متتالية هندسية محددا أساسها وحدها الأول

v / اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج تعبير u_n بدلالة n

التمرين 15

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases}u_0=2\\ u_{n+1}=2u_n-3 \quad ; \quad n\in\mathbb{N}\end{cases}$$

و (v_n) المتتالية المعرفة بما يلي : $(\forall n\in\mathbb{N});v_n=u_n-3$

1 / حدد طبيعة المتتالية العددية (v_n)

2 / اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج تعبير u_n بدلالة n

3 / حدد بدلالة n المجموع : $S_n=u_1+u_2+\ldots+u_n$

التمرين 16

لتكن المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول u_0 حيث $0<u_0<1$

وبالعلاقة الترجعية : $(\forall n\in\mathbb{N});u_{n+1}=\frac{1+\sqrt{u_n}}{2}$

1 / بين أن $(\forall n\in\mathbb{N}) \quad 0<u_n<1$

2 / تحقق من أن :

$$(\forall n\in\mathbb{N}) \quad u_{n+1}-u_n=\frac{1}{2}\left(1-\sqrt{u_n}\right)\left(1+2\sqrt{u_n}\right)$$

3 / استنتج رتابة المتتالية (u_n)

4 / بين أن : $(\forall n\in\mathbb{N}) \quad |u_{n+1}-1|<\frac{1}{2}|u_n-1|$

5 / استنتج أن : $(\forall n\in\mathbb{N}) \quad |u_n-1|<\frac{1}{2^n}$

التمرين 17

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases}u_0=0\\ u_{n+1}=\dfrac{u_n+1}{\sqrt{2u_n^2+2}} \quad ; \quad n\in\mathbb{N}\end{cases}$$

1 / i) أحسب u_1 ; u_2 ; u_3.

ii) بين أن :

$$\forall n\in\mathbb{N}: 1-u_{n+1}=\frac{(1-u_n)^2}{\left(\sqrt{2u_n^2+2}\right)\left(\sqrt{2u_n^2+2}+u_n+1\right)}$$

iii) بين أن : $\forall n\in\mathbb{N}: \quad 0\leq u_n<1$

2 / i) بين أن : $\forall n\in\mathbb{N}: \quad \frac{|u_n-1|}{\sqrt{u_n^2+1}}\leq 1$

ii) استنتج أن : $\forall n\in\mathbb{N}: \ |u_{n+1}-1|<\frac{1}{\sqrt{2}}|u_n-1|$

iii) بين أن : $\forall n\in\mathbb{N}: \ |u_n-1|<\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^n$

إعداد : ذ.أسويدي

Souidi_Mohammed@yahoo.fr