**Exercice 1**
Soit $\mathcal{C} = \partial D(0,2)$ le cercle de centre O et de rayon 2. Calculer

$$a) \int_{\mathcal{C}} e^{\frac{1}{z^2}} dz \qquad b) \int_{\mathcal{C}} \sin(\frac{1}{z}) dz \qquad c) \int_{\mathcal{C}} \cos(\frac{1}{z}) dz$$

**Exercice 2**
Soit $\mathcal{C} = \partial D(0,6)$ le cercle de centre O et de rayon 6. Calculer $\int_{\mathcal{C}} \frac{\cos z}{z^2-4} dz$

**Exercice 3**
$\mathcal{C} = \partial D(0;10)$ le cercle de centre O et de rayon 10. Calculer $\int_{\mathcal{C}} \frac{dz}{z^2+z+1}$

**Exercice 4**
Montrer, à l'aide du Théorème des résidus, que

$$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{(x^2+1)^2} = \frac{\pi}{4}$$

**Exercice 5**

1. Montrer que les intégrales suivantes sont égales aux valeurs indiquées :

$$I_1 = \int_0^{+\infty} \frac{2x^2-1}{x^4+5x^2+4} dx = \frac{\pi}{4} \qquad I_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x}{(x^2+1)(x^2+2x+2} dx = \frac{-\pi}{5}$$

2. Même question pour :

$$I_3 = \int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^4+1} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \qquad I_4 = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin x}{x^2+4x+5} dx = \frac{-\pi}{e} \sin 2$$

3. Montrer que

$$\int_{-\pi}^{\pi} \frac{dt}{1+\sin^2 t} = \sqrt{2}\pi$$

**Exercice 6**
Reprendre les exercices 17, 18, 21 et 22 de la série $n°1$ en utilisant le Théorème de résidus.

***Rappels utiles :***

1. Si $f$ est une fonction holomorphe sans pôles réels qui s'écrit $\forall z \in \mathbb{C} : \; f(z) = \frac{P(z)}{Q(z)}$ où $P$ et $Q$ sont deux polynomes dont les degrés satisfont l'inégalité : $Deg(Q) \geqslant Deg(P) + 2$, alors

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 2i\pi \sum_{k=1}^{n} Res(f, z_k),$$

où les $(z_k) 1 \leq k \leq n$ sont les singularités (évidemment polaires) de $f$ (et donc les racines de $Q(z)$) dont les parties imaginaires sont strictement positives.

2. Si de plus $f$ est paire, alors

$$\int_0^{+\infty} f(x)dx = i\pi \sum_{k=1}^{n} Res(f, z_k)$$