exercice1

ABC est un triangle de centre de gravité G. On note I, J, M, N, R et S les points définis par :

$\overrightarrow{AI}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AJ}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$;

$\overrightarrow{AM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{AN}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$;

$\overrightarrow{BR}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{BS}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$.

Démontrer que les droites (IS), (MR) et (NJ) sont concourantes en G.

exercice2

Soit ABC un triangle équilatéral de côté $3\ cm$.

1) Placer, en justifiant, le barycentre Z de $(A\ ;\ 1)$, $(B\ ;\ 3)$ et $(C\ ;\ -3)$.
2) Montrer que les droites (AZ) et (BC) sont parallèles.

exercice3

Soit ABC un triangle isocèle en A tel que $BC=8\ cm$ et $BA=5\ cm$. Soit I le milieu de $[BC]$.

1) Placer le point F tel que $\overrightarrow{BF}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$ et montrer que F est le barycentre des points A et B pondérés par des réels que l'on déterminera.
2) P étant un point du plan, réduire chacune des sommes suivantes :

$\frac{1}{2}\overrightarrow{PB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{PC}$;

$-\overrightarrow{PA}+2\overrightarrow{PB}$;

$2\overrightarrow{PB}-2\overrightarrow{PA}$.

3) Déterminer et représenter l'ensemble des points M du plan vérifiant :

$$\left\|\frac{1}{2}\overrightarrow{MB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|-\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}\right\|.$$

4) Déterminer et représenter l'ensemble des points M du plan vérifiant :

$$\left\|\overrightarrow{NB}+\overrightarrow{NC}\right\|=\left\|2\overrightarrow{NB}-2\overrightarrow{NA}\right\|.$$

exercice4

Soit ABC un triangle. Y est le milieu de $[BC]$.

1) Placer, en justifiant, le barycentre U de $(A\ ;\ 4)$ et $(C\ ;\ 1)$ puis placer le barycentre E de $(A\ ;\ 4)$ et $(B\ ;\ 1)$.
2) Soit G le barycentre de $(A\ ;\ 4)$, $(B\ ;\ 1)$ et $(C\ ;\ 1)$. Montrer que G est aussi barycentre de $(E\ ;\ 5)$ et $(C\ ;\ 1)$.
3) Démontrer que les droites (EC), (AY) et (BU) sont concourantes.

exercice5

Soit ABC un triangle et G un point vérifiant :

$$\overrightarrow{AB}-4\overrightarrow{GA}-2\overrightarrow{GB}-3\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{0}.$$

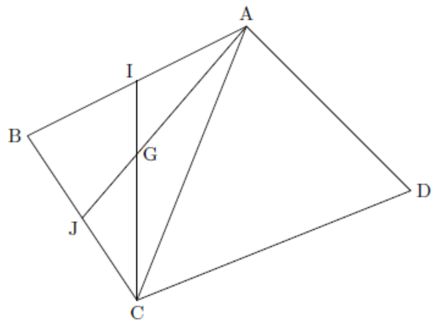
Le point G est-il le barycentre des points pondérés $(A\ ;\ 5)$, $(B\ ;\ 1)$ et $(C\ ;\ 3)$? Justifier.

exercice6

Soit $ABCD$ un carré et K le barycentre des points pondérés $(A\ ;\ 2)$, $(B\ ;\ -1)$, $(C\ ;\ 2)$ et $(D\ ;\ 1)$.
On note I le barycentre des points pondérés $(A\ ;\ 2)$ et $(B\ ;\ -1)$, et J celui de $(C\ ;\ 2)$et $(D\ ;\ 1)$.

1) Placer I et J en justifiant.
2) Réduire l'écriture des vecteurs suivants :
   $2\overrightarrow{KA}-\overrightarrow{KB}$ et $2\overrightarrow{KC}+\overrightarrow{KD}$.
   En déduire que K est le barycentre de $(I\ ;\ 1)$ et $(J\ ;\ 3)$.
3) Placer K en justifiant.

exercie7



$ABCD$ est un quadrilatère. G est le centre de gravité du triangle ABC.

I et J sont les milieux respectifs de $[AB]$ et $[BC]$.
L est le barycentre de $(A\ ;\ 1)$ et $(D\ ;\ 3)$ et K celui de $(C\ ;\ 1)$ et $(D\ ;\ 3)$.
Le but de l'exercice est de démontrer que les droites (IK), (JL) et (DG) sont concourantes.
Pour cela, on utilisera le point H barycentre de $(A\ ;\ 1)$, $(B\ ;\ 1)$, $(C\ ;\ 1)$ et $(D\ ;\ 3)$.

1) Placer, en justifiant, les points L et K.
2) Démontrer que H est le barycentre de G et D munis de coefficients que l'on précisera.
3) Démontrer que H est le barycentre de J et L munis de coefficients que l'on précisera.
4) Démontrer que H est le barycentre de I et K munis de coefficients que l'on précisera.
5) Conclure.

exercice8

ABC est un triangle équilatéral de côté $4\ cm$.

Déterminer l'ensemble Γ des points M du plan tels que :

$$\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}\right\|.$$

exercice9

Soient A, B et C trois points distincts.

1) Placer le point M tel que :

$$2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{AC}$$

2) Déterminer et représenter l'ensemble des points M tels que :

$$\left\|2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}\right\|=\left\|6\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MC}\right\|$$