

**EXERCICE 1**

Soient soient a et b deux réels tels que  $\frac{1}{2} < a < 4$  et  $0 < b < \frac{1}{2}$  on pose  $A = \sqrt{a + \sqrt{a^2 - b^2}} + \sqrt{a - \sqrt{a^2 - b^2}}$

a-Montrer que  $A^2 = 2(a+b)$

b-Donner un encadrement a+b

c-En déduire que  $1 < A < 3$

**EXERCICE 2**

Soient a et b deux réels strictement positifs tels que  $a < 3$  et  $b < \frac{1}{2}$  et  $ab=1$

1-Montrer que  $2 < a < 3$  puis en déduire que  $\frac{1}{3} < b < \frac{1}{2}$

2-Montrer que  $\frac{3}{7} < \frac{1}{a-2b} < 1$

3-Montrer que  $\frac{5}{7}$  est une valeur approchée de  $\frac{1}{a-2b}$  à  $\frac{2}{7}$  près

**EXERCICE 3**

$\alpha \in \mathbb{R}$  /  $\alpha$  est une valeur approchée par excès de  $\frac{1}{3}$  à  $2 \times 10^{-1}$  près

Montrer que  $\frac{2}{15} \leq \alpha \leq \frac{1}{3}$  puis donner un encadrement de  $\frac{\alpha}{\alpha-1}$

Soit x un nombre réel tels que  $\left| \frac{x-1}{\alpha} \right| < \frac{1}{10}$  montrer que  $\frac{29}{30} < x < \frac{31}{30}$

Donner trois valeurs approchées de x justifier votre réponse

**EXERCICE 4**

Résoudre dans R l'équation suivante  $2 - |x-2| = x$

Comparer  $10\sqrt{3}$  et  $12\sqrt{2}$  Puis  $\left( \frac{1}{1-10\sqrt{3}} \right)^2$  et  $\left( \frac{1}{1-12\sqrt{2}} \right)^2$

**Exercice 5**

Soient x et y deux réels tels que 1.12 est une valeur approchée de x à  $10^{-2}$  près par excès

1.11 Valeur approchée de y à  $10^{-2}$  près par défaut montrer que 1.244 est une approximation de xy à  $12 \cdot 10^{-3}$  près

**Exercice 6**

Soient x et y deux réels tels que  $x \leq y$

Comparer  $x^9$  et  $y^9$  puis  $x^7$  et  $y^7$

**EXERCICE 7**

Soient a ; b et c trois réels strictement positifs  $a > b$  montrer que  $\sqrt{a+c} - \sqrt{a}$  et  $\sqrt{b+c} - \sqrt{b}$

**Exercice 8**

Résoudre dans R

$$|-3x+2| < \frac{1}{2} \quad ; \quad |2x-1| < 2 \quad ; \quad \sqrt{(x-1)^2} = 3$$

**Exercice 9**

a et b deux réels tels que  $0 < a \leq b \leq 2a$

**Montrer que**  $(a-b)(2a-b) \leq 0$

**Développer**  $(a-b)(2a-b) \leq 0$  et  $(a\sqrt{2}-b)^2$  on pose  $A = \frac{2a^2+b^2}{3ab}$  Montrer que  $\frac{2\sqrt{2}}{3} \leq A \leq 1$

Montrer que  $\frac{(1+\sqrt{2})^2}{6}$  est une valeur approchée de A à  $\frac{(1-\sqrt{2})^2}{6}$  près