| ثانوية موسى بن نصير | فرض تجريبي رقم 02 | 2 بكالوريا علوم رياضية |
| --- | --- | --- |
| نيابة الخميسات | الدورة الثانية : 2012/2011 | ذ : عبدالله بن لختير |

## ■ التمرين رقم 01:

⇦ في نظمة العد العشري ، نعتبر العدد الصحيح الطبيعي :

$N=\overline{abcabc}_{(10)}$ ، حيث $a\neq 0$ .

1- فكك إلى جداء عوامل أولية العدد 1001 .

2- بين أن العدد $N$ يقبل القسمة على كل من 7 و 11 و 13 .

3- حدد خارج القسمة الأقليدية للعدد $N$ على 1001 .

4- ليكن $q$ خارج القسمة الأقليدية ل $N$ على 7 .

⇦ حدد $q$ ، ثم إستنتج قيم $N$ التي من أجلها يكون $q$ مربعا كاملا .

## ■ التمرين رقم 02:

1- أ- حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة : $(E_1):13x-19y=11$ .

ب- ليكن $(x,y)$ حلا في $\mathbb{Z}^2$ للمعادلة $(E_1)$، ما هي قيم $d=x\wedge y$ الممكنة ؟

ج- حل في $\mathbb{Z}^2$ النظمة : $(S_1):\begin{cases}13x-19y=11\\ x\wedge y=1\end{cases}$ .

2- حل في $\mathbb{Z}$ المعادلة : $(E_2):(n+1)^{13}\equiv -6[13]$ والنظمة : $(S_2):\begin{cases}(n+1)^{13}\equiv -6[13]\\ (n+1)^{19}\equiv 5[19]\end{cases}$ .

## ■ التمرين رقم 03:

⇦ لتكن $F$ و $G$ الدالتين المعرفتين على $\mathbb{R}^+$ بما يلي :

$F(x)=\int_1^x e^{\sqrt{4t}}dt$ و $G(x)=\int_1^{\sqrt{4x}} te^t dt$ .

1- بين أن $G$ قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}^{*+}$ و أن : $(\forall x\in\mathbb{R}^{*+});G'(x)=2F'(x)$ .

2- إستنتج أن : $(\forall x\in\mathbb{R}^{*+});2F(x)=G(x)-G(1)$ .

3- بين أن : $(\forall x\in\mathbb{R}^{*+});G(x)=\left(\sqrt{4x}-1\right)e^{\sqrt{4x}}$ .

4- أحسب حجم المجسم المولد بدوران منحنى الدالة : $f:x\mapsto e^{\sqrt{x}}$ حول المحور $(Ox)$ دورة كاملة على المجال $[1;2]$ .

## ■ التمرين رقم 04:

⇦ المستوى العقدي $(P)$ منسوب إلى معلم متعامد ممنظم و مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$ .

نعتبر النقط $A$ و $B$ و $E$ التي ألحاقها : $z_A=1$ و $z_B=-1$ و $z_E=j$ ، حيث : $j=-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

1- أ- حدد الجذور المكعبة لكل من العددين العقديين $j$ و $\bar{j}$ .

ب- ليكن $z$ من $\mathbb{C}-\{j\}$ ، بين أن :

$$(\forall\alpha\in\mathbb{R}-\{(2k+1)\pi/k\in\mathbb{Z}\});\frac{j+z}{j-z}=e^{i\alpha}\Leftrightarrow z=i.j\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

ج- إستنتج مجموعة حلول المعادلة : $(E):(j+z)^6+(j^2-z^2)^3+(j-z)^6=0$ في $\mathbb{C}$ .

2- نعتبر التطبيق $f$ الذي يربط كل نقطة $M(z)$ مختلفة عن $B$ بالنقطة $M'(z')$ بحيث : $z'=\frac{-2z}{z+1}$ .

أ- أكتب لحق النقطة $E'=f(E)$ على الشكل الأسي .

ب- تحقق أن : $(\forall z\in\mathbb{C}-\{-1\});z'+1=\frac{1-z}{1+z}$ .

ج- بين أن لكل نقطة $M(z)$ مختلفة عن $B$ ، لدينا : $BM'=\frac{AM}{BM}$ .

د- إستنتج أنه عندما تتغير النقطة $M(z)$ على المحور التخيلي ، فإن النقطة $M'(z')$ تتغير على دائرة $(C')$ ينبغي تحديدها .

3- ليكن $(\Delta)$ المستقيم الذي معادلته : $x=-1$ .

أ- بين أنه إذا كانت $M'(z')\in(\Delta)$ ، فإن $\frac{1-z}{1+z}$ تخيلي صرف .

ب- إستنتج أنه عندما تتغير النقطة $M'(z')$ على المستقيم $(\Delta)$ ، فإن النقطة $M(z)$ تتغير على دائرة $(C)$ ينبغي تحديدها .

4- أ- بين أن : $(\forall z\in\mathbb{C}-\{-1;1\});\left(\overline{\vec{u},\overrightarrow{BM'}}\right)\equiv\pi+\left(\overline{\overrightarrow{MB},\overrightarrow{MA}}\right)[2\pi]$ .

ب- إستنتج المجموعة $(\Gamma)$ للنقط $M(z)$ ، عندما تتغير النقطة $M'(z')$ على نصف المستقيم $[BE)$ ( محروم من النقطة $B$ ) .

Abdellah Belkhatir
Abdellah Belkhatir

## ■ التمرين رقم 05:

⇦ لتكن $f$ الدالة المعرفة بما يلي:

$$f(x)=\frac{x}{1+x\ln x};x>0 \quad \text{و} \quad f(0)=0 .$$

1- بين أن : $D_f=[0;+\infty[$ .

2- أدرس إتصال و قابلية إشتقاق $f$ على اليمين في الصفر .

3- أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى $(C_f)$ بجوار $+\infty$ .

4- بين أن : $(\forall x\in]0;+\infty[);\ f'(x)=\frac{1-x}{(1+x\ln x)^2}$ ، ثم ضع جدول تغيرات $f$ .

5- أدرس الوضع النسبي للمنحنى $(C_f)$ و المنصف الأول $(\Delta)$ .

6- أرسم كلا من $(\Delta)$ و المنحنى $(C_f)$ في معلم متعامد و ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ .

7- لتكن $\varphi$ قصور الدالة $f$ على القطعة $[0;1]$ .

ب- بين أن $\varphi$ تقبل دالة عكسية $\varphi^{-1}$ معرفة على مجال J ينبغي تحديده .

ت- أدرس قابلية إشتقاق الدالة $\varphi^{-1}$ على المجال J ، ثم أرسم المنحنى $(C_{\varphi^{-1}})$ في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ .

8- لكل $u\in]0;1]$ ، نضع : $A(u)=\int_u^1 f(t)dt+\int_{f(u)}^1\varphi^{-1}(t)dt$ .

▪ أول هندسيا العدد $A(u)$ ، ثم أحسب النهاية : $\lim_{u\to0^+}A(u)$ .

9- لتكن $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المتتالية المعرفة بما يلي :

$$(\forall n\in\mathbb{N});u_{n+1}=f(u_n) \quad \text{و} \quad u_0=\frac{1}{2} .$$

أ- بين أن : $(\forall n\in\mathbb{N});0<u_n<1$ .

ب- بين أن المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ رتيبة قطعا ، ثم إستنتج أنها متقاربة وأحسب نهايتها .

ج- لكل $n\in\mathbb{N}$ ، نضع : $v_n=\prod_{k=0}^{n}u_k$ ، أثبت أن : $\lim_{n\to+\infty}v_n=\frac{1}{e}$ .

د- لتكن $w_n$ القيمة المتوسطة للدالة $f$ على القطعة $[u_n;u_{n+1}]$ ، أحسب نهاية المتتالية $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ .

## ⇦ تمارين إضافية:

### ■ التمرين رقم 01:

⇦ حل في المجموعة $\mathbb{N}\times\mathbb{N}$ المعادلة : $(E):7x-\sqrt{3y}=50!$ .

### ■ التمرين رقم 02:

⇦ حدد جميع الأزواج $(x,y)$ من $\mathbb{N}^*\times\mathbb{N}^*$ بحيث : $x\geq y$ و $\frac{x+y}{x^2+y^2}=\frac{6}{37}$ .

### ■ التمرين رقم 03:

⇦ ليكن $N$ عددا صحيحا طبيعيا بحيث : $N=10p+q$ مع $0\leq q<10$ .

▪ بين أن : $N\equiv0[7]\Leftrightarrow p-2q\equiv0[7]$ .

▪ **تطبيق:** باستعمال آلة حاسبة ( معطلة ) تنجز فقط عمليتي الضرب ( في العددين 2 و 3 ) والفرق ، حدد باقي القسمة الأقليدية للعدد $N=759486$ على 7 .

*Bon courage et bonne chance*

⇦ Ne t'inquiète pas si tu as des difficultés en maths , je peux t'assurer que les miennes sont bien plus importantes !!

⇦ l'imagination est plus importante que la connaissance .

Abdellah Belkhatir