

<i>Niveau</i>	<i>Tronc Commun Science Bac International Marocain</i>	<i>Chapitre 4</i>	<i>Ordre dans l'ensemble <math>\mathbb{R}</math></i>
<i>Matière</i>	<i>Mathématiques</i>	<i>Thème</i>	<i>Série d'exo n° 3</i>

**Exercice 1 :**

1) Soient  $x \in \mathbb{R}$  et  $y \in \mathbb{R}$  avec :  $3 \leq x \leq 4$  et  $-5 \leq y \leq 2$ .

Encadrer le nombre:  $A = x^2 + y^2 + 4x - 2y$

2) Soient  $a \in \mathbb{R}$  et  $b \in \mathbb{R} / -1 < a < 1$  et  $-1 < b < 1$ . Encadrer les deux nombres :  $ab$  et  $a^2b$

**Exercice 2 :** Soient  $x$  et  $y$  telsque :  $2 < x < 3$  et  $y = x^2 - 5x + 6$

1) Donner un encadrement du nombre  $y$ .

2) vérifier que :  $y = (x - 2)(x - 3)$  et en déduire un autre encadrement plus précis de  $y$ .

3) Démontrer que :  $y = \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$  et en déduire un troisième encadrement plus précis de  $y$ .

**Exercice 3 :** Soient  $x \in \mathbb{R}$  et  $y \in \mathbb{R}$  avec :  $\left|2x - \frac{3}{2}\right| < \frac{1}{2}$  et :  $\left|y - \frac{3}{4}\right| < \frac{1}{4}$

1) Démontrer que :  $x \in \left] \frac{1}{2}; 1 \right[$  et  $y \in \left] \frac{1}{2}; 1 \right[$

2) Vérifier que :  $xy - 3x - y - 1 = (x - 2)(y - 3) - 7$

3) En déduire que :  $-5 < xy - 3x - y - 1 < \frac{-13}{4}$

**Exercice 4 :** Soit  $x \in \mathbb{R}^*$  telque :  $|x - 1| < \frac{1}{2}$

Démontrer que :  $\frac{4}{3}$  est une valeur approchée du nombre  $\frac{1}{x}$  avec la précision  $\frac{2}{3}$

**Exercice 5 :** Soient  $x \in \mathbb{R}$  et  $y \in \mathbb{R}$  telsque :  $\left|x - \frac{3}{2}\right| < \frac{1}{2}$  et  $y = \frac{1}{1+x^2}$

1) Déterminer une valeur approchée par défaut, et une par excès de  $y$ , avec la précision  $\frac{3}{10}$

2) Déterminer une valeur approchée de  $y$  avec la précision  $\frac{3}{20}$

**Exercice 6 :** Soit  $x \in [0; 7]$

1) Démontrer que :  $\sqrt{9+x} \leq 3 + \frac{x}{6}$  et  $\sqrt{9+x} \geq 3 + \frac{x}{7}$

2) En déduire un encadrement pour le nombre  $\sqrt{9,798}$  d'amplitude  $2 \times 10^{-2}$

**Exercice 7 :** Soit  $x \in [2; 5]$ . Posons :  $A = \frac{1-2x}{x-1}$

Donner un encadrement du nombre  $A$  d'amplitude  $\frac{3}{4}$

**Exercice 8 :**

- 1) Vérifier que pour tout nombre  $x \neq -1$  on a :  $\frac{1}{1+x} - (1-x) = \frac{x^2}{1+x}$
- 2) on suppose que :  $|x| \leq \frac{1}{2}$  . Démontrer que :  $0 \leq \frac{1}{1+x} - (1-x) \leq 2x^2$
- 3) Trouver une valeur approchée du nombre  $\frac{1}{1,0005}$  par la précision  $5 \times 10^{-7}$

**Exercice 9 :** Soit  $x \in [1; 3]$ 

- 1) Démontrer que :  $\frac{1}{|x+2|} \leq \frac{1}{3}$
- 2) En déduire que :  $\left| \frac{x-1}{x+2} - \frac{1}{4} \right| \leq \frac{1}{4} |x-2|$

**Exercice 10 :** Soit  $x$  un nombre réel telque :  $-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2}$ 

- 1) Démontrer que :  $(1-2x)^3 - (1-6x) = x^2(12-8x)$
- 2) Démontrer que :  $|12-8x| \leq 16$
- 3) En déduire que :  $|(1-2x)^3 - (1-6x)| \leq 16x^2$
- 4) Donner une valeur approchée du nombre  $(0,9998)^3$  par la précision  $16 \times 10^{-8}$

**Exercice 11 :**

- 1) Démontrer que pour tout  $x \geq -1$  :  $\sqrt{x+1} - 1 = \frac{x}{\sqrt{x+1}+1}$
- 2) Soit  $-0,19 < x < 0,21$  . Démontrer que :  $\frac{|x|}{2,1} < |\sqrt{x+1} - 1| < \frac{|x|}{1,9}$

**Exercice 12 :** Soient  $x$  et  $y$  deux nombres réels telsque :  $0 < x \leq y \leq 2x$ 

- 1) Démontrer que :  $(x-y)(2x-y) \leq 0$
- 2) développer les deux expressions :  $(x-y)(2x-y)$  et  $(x\sqrt{2}-y)^2$  .
- 3) On pose :  $z = \frac{2x^2+y^2}{3xy}$  . Démontrer que :  $\frac{2\sqrt{2}}{3} \leq z \leq 1$
- 4) Démontrer que :  $\left| z - \frac{(\sqrt{2}+1)^2}{6} \right| \leq \frac{(\sqrt{2}-1)^2}{6}$

**Exercice 13 :** Soit  $E = \frac{\sqrt{5-\sqrt{21}}}{\sqrt{2}}$ 

- 1) Vérifier que :  $E = \frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{2}$
- 2) Sachant que  $1,73 < \sqrt{3} < 1,74$  et  $2,64 < \sqrt{7} < 2,65$  , donner une valeur approchée par défaut et par excès de E avec la précision  $10^{-2}$ .