التمرين 1

1) (P) يمر من $I(1,1,-7)$ منتصف $[AB]$ و المتجهة $\vec{AB}(6,7,-6)$ متعامدة عليه إذن $M\in P \Leftrightarrow \vec{AB}\cdot\vec{IM}=0$

2) $d(\Omega,P)=6$ إذن تقاطع (S) هو 6 ومركزها Ω

3) (R) موازي لـ(P) إذن لهما نفس المتجهة المنظمية، إذن معادلة (R) تكتب على شكل $6x+7y-6z+d=0$
بما أنه مماس لـ(S) إذن $d(\Omega,R)=6$ و منه:
$|d+121|=66 \Rightarrow d=-55$ أو $d=-187$
و منه $(R): 6x+7y-6z-187=0$

4) $N(a,b,c)\in P \Rightarrow 6a+7b-6c-55=0$
بما أن (P) مماس لـ(S) و $N\in P$ إذن $\Omega N \geq R$
و منه $(a-6)^2+(b-7)^2+(c+6)^2\geq 36$
$a^2+b^2+c^2-12a-14b+12c+85\geq 0$
$a^2+b^2+c^2-2(6a+7b-6c)+85\geq 0$
$a^2+b^2+c^2-2(55)+85\geq 0 \Rightarrow a^2+b^2+c^2\geq 25$

5) أ) $d(\Omega,(\Delta))=\frac{\|\vec{C\Omega}\wedge\vec{u}\|}{\|\vec{u}\|}=\sqrt{10}$
ب) نعوض التمثيل البارمتري لـ(Δ) في معادلة (S) فنجد $t=-1$ أو $t=1$
إذن نقطتا التقاطع هما: $E(8,11,-2)$, $F(2,3,-4)$

التمرين 2:

1) نستعمل عدد التأليفات. $p(A)=\frac{C_8^1C_3^1}{C_{20}^2}=\frac{12}{95}$

2) E « البطاقتان من الهندسة » F « البطاقتان [illegible] أرقام »
$p(E/F)=\frac{p(E\cap F)}{p(F)}=\frac{C_4^2/C_{20}^2}{C_{12}^2/C_{20}^2}=\frac{1}{11}$

3) $X(\Omega)=\}1,2\}$
$p(X=1)=\frac{C_{12}^2+C_8^2}{C_{20}^2}=\frac{47}{95}$
$p(X=2)=1-p(X=1)=\frac{48}{95}$

التمرين 3:

1) $z_1=6-2\sqrt{3}i$ و $z_2=6+2\sqrt{3}i$; $\Delta=-48$

2) $a=[4\sqrt{3},\frac{\pi}{6}]$ و $b=[4\sqrt{3};-\frac{\pi}{6}]$

3) $\frac{a}{b}=\frac{[4\sqrt{3},\pi/6]}{[4\sqrt{3},-\pi/6]}=[1,\frac{\pi}{3}]=\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$

4) $OA=OB$ و $(\vec{OB},\vec{OA})\equiv\frac{\pi}{3}$ حسب السؤال السابق إذن متساوي الأضلاع.

5) نبين أن: $R(C,\frac{2\pi}{3})(A)=B$
إذن نبين أن $\frac{b-c}{a-c}=[1,\frac{2\pi}{3}]$ لدينا:
$\frac{b-c}{a-c}=\frac{-2-2\sqrt{3}i}{-2+2\sqrt{3}i}$
$=\frac{1+\sqrt{3}i}{1-\sqrt{3}i}=\frac{[2,\pi/3]}{[2,-\pi/3]}=[1,\frac{2\pi}{3}]$.

6) لدينا $z_{\vec{AB}}=-4\sqrt{3}i$ إذن $z'=z-4\sqrt{3}i$

التمرين 4:

1) $A=[x\sin(\ln x)]_1^{e^\pi}-\int_1^{e^\pi}\frac{x}{x}\cos(\ln x)\,dx$
$=e^\pi\sin(\pi)-1\sin 0-B=-B$

2) $u'(x)=1$ و $v(x)=\cos(\ln x)$ إذن:
$B=[x\cos(\ln x)]_1^{e^\pi}-\int_1^{e^\pi}-\frac{x}{x}\sin\ln x\,dx$
$=e^\pi\cos\pi-1\cos 0+A=-e^\pi-1+A$

3) $\left.\begin{array}{l}A=-B\\ B=-e^\pi-1+A\end{array}\right\}\Rightarrow A=\frac{e^\pi+1}{2}$, $B=-\frac{e^\pi+1}{2}$

مسألة: الجزء 1:

1) أ) $h'(x)=1-e^{-x}$
$=\frac{e^x-1}{e^x}$

x	$-\infty$ 0 $+\infty$
$h'(x)$	$-$ 0 $+$
$h(x)$	$\searrow$ 0 $\nearrow$

ب) h تقبل قيمة دنيا مطلقة هي 0 على ℝ إذن
$\forall x\in\mathbb{R}: h(x)\geq 0 \Rightarrow \forall x\in\mathbb{R}: x+e^{-x}\geq 1$

2) h موجبة إذن: $S=\int_0^{\ln 2}x+e^{-x}-1\,dx=[\frac{x^2}{2}-e^{-x}-x]_0^{\ln 2}$
$S=\frac{1+(\ln 2)^2-2\ln 2}{2}$ (U.M)

3) لدينا: $h(x)-x=e^{-x}-1$
$x\geq 0\Rightarrow -x\leq 0\Rightarrow e^{-x}\leq 1\Rightarrow e^{-x}-1\leq 0\Rightarrow h(x)-x\leq 0$

4) أ) بالترجع: $0\leq U_0=1\leq 1$ و h تزايدية على $[0,1]$ إذن $h(0)=0\leq h(U_n)\leq h(1)=\frac{1}{e}$.
ب) حسب سؤال 3) $U_n\in[0,1]$ و $U_{n+1}-U_n=h(U_n)-U_n\leq 0$
إذن (U_n) تناقصية.
ج) (U_n) تناقصية و مصغورة بـ0 إذن متقاربة، بعد صياغة الشروط المنا
نحل المعادلة $h(x)=x \Leftrightarrow e^{-x}=1 \Leftrightarrow x=0$ إذن $\lim_{n\to+\infty}U_n=0$

الجزء 2:

1) $g'(x)=e^x+xe^x$
$=e^x(x+1)$ إذن:

x	$-\infty$ -1 $+\infty$
$g'(x)$	$-$ 0 $+$
$g(x)$	$\searrow$ $1-\frac{1}{e}$ $\nearrow$

2) g تقبل قيمة دنيا مطلقة على ℝ هي $1-\frac{1}{e}>0$
إذن $\forall x\in\mathbb{R}: g(x)>0 \Rightarrow \forall x\in\mathbb{R}: xe^x+1>0$

الجزء 3:

1) $D_f=\mathbb{R}$: $x\in D_f \Leftrightarrow 1+xe^x>0 \Leftrightarrow x\in\mathbb{R}$

2) $\lim_{-\infty}1+xe^x=1\Rightarrow\lim_{-\infty}f(x)=2\ln(1)=0$.
إذن المستقيم $y=0$ مقارب أفقي لـ $\mathcal{C}_f$ بجوار $-\infty$.

3) أ) $f(x)=2\ln[e^x(e^{-x}+x)]=2x+2\ln(e^{-x}+x)$

ب) $\lim_{+\infty}2x=+\infty$ و $\lim_{+\infty}x+e^{-x}=(+\infty)+0=+\infty\Rightarrow\lim_{+\infty}f(x)=+\infty$
$\lim_{+\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{+\infty}\frac{2x}{x}+\frac{2\ln(x+e^{-x})}{x}=\lim_{+\infty}2+2\frac{\ln(x+e^{-x})}{x+e^{-x}}\cdot\frac{x+e^{-x}}{x}$
$\lim_{+\infty}\frac{\ln(x+e^{-x})}{x+e^{-x}}=\lim_{t\to+\infty}\frac{\ln t}{t}=0$, $\lim_{+\infty}\frac{x+e^{-x}}{x}=\lim_{+\infty}1+\frac{1}{xe^x}=1$
$(\lim_{+\infty}x+e^{-x}=+\infty)$
إذن $\lim_{+\infty}\frac{f(x)}{x}=2+2(0)(1+0)=2$

ج) $\lim_{+\infty}f(x)-2x=\lim_{+\infty}2\ln(x+e^{-x})=+\infty$
إذن $\mathcal{C}_f$ يقبل فرع شلجمي في اتجاه المستقيم $y=2x$ بجوار $+\infty$.

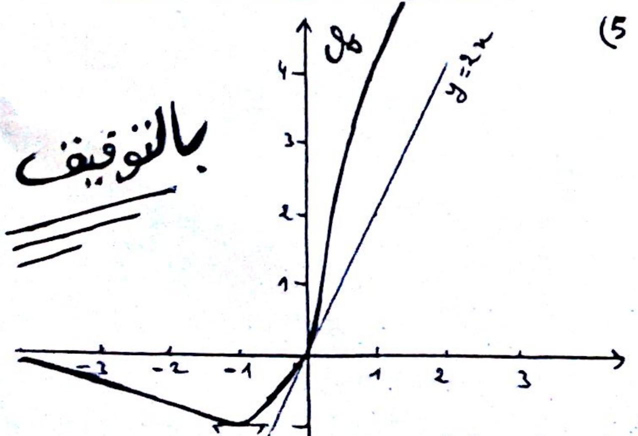
د) $f(x)-2x=2\ln(x+e^{-x})$
لدينا $\forall x\in\mathbb{R}: x+e^{-x}\geq 1$ إذن $\ln(x+e^{-x})\geq\ln 1$ إذن $f(x)-2x\geq 0$
و منه $\mathcal{C}_f$ يوجد فوق (Δ) على ℝ و يتقاطعان في $O(0,0)$.

4) أ) $f'(x)=\frac{2(1+xe^x)'}{1+xe^x}=\frac{2(e^x+xe^x)}{1+xe^x}=\frac{2e^x(1+x)}{1+xe^x}$
لدينا $1+xe^x>0$ و $2e^x>0$ إذن إشارتها هي إشارة $1+x$

ب)

x	$-\infty$ -1 $+\infty$
$f'(x)$	$-$ 0 $+$
$f(x)$	P $\searrow$ -1 $\nearrow$ $+\infty$

5)



بالتوفيق

إشارات حلول
الامتحان التجريبي (ماي 2012)
ثانوية بئر أنزران (جرو)
2ع ف 1 ذ: بنعمر