التمرين الأول: (4 نقاط)

احسب النهايات التالية :

1) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{\sqrt[3]{x+3}-2}{x^2-6x+5}$ 1ن

2) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt[3]{6x-4}-\sqrt{3x-2}}{x-2}$ 1ن

3) $\lim\limits_{x\to +\infty}\sqrt[3]{x^3+x^2+1}-x$ 1ن

4) $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{\sqrt[3]{x+1}-\sqrt{x+1}}{\sqrt[4]{x+1}-\sqrt{x+1}}$ 1ن

التمرين الثاني: (9 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=x-1+2\sqrt{1-x} & ; x<1, \\ f(x)=\dfrac{x^3-1}{x^3+3} & ; x\geq 1, \end{cases}$$

و $\mathscr{C}_f$ تمثيلها المبياني في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) بين أن الدالة f متصلة في النقطة $x_0=1$. ½ن

2) احسب $\lim\limits_{x\to +\infty}f(x)$ وبين أن : $\lim\limits_{x\to -\infty}f(x)=-\infty$. 1ن

3) ادرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليمين وعلى اليسار في 1 ثم اعط تأويلا هندسيا للنتيجتين المحصل عليهما . 2ن

4)

ا) بين أن الدالة f تزايدية قطعا على المجال $[1;+\infty[$. 1ن

ب) بين أن $f'(x)=\dfrac{-x}{\sqrt{1-x}(1+\sqrt{1-x})}$ لكل x من $]-\infty;1[$. 1ن

ج) ضع جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$. 1ن

د) أعط المعادلة الديكارتية للمماس (T) للمنحنى C_f في النقطة ذات الأفصول 0 . ½ن

5) لتكن g قصورالدالة f على المجال $[1;+\infty[$.

ا) بين أن الدالة g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة على مجال J يتم تحديده . 1ن

ب) احسب $g^{-1}(x)$ لكل x من J . 1ن

التمرين الثالث: (7 نقاط)

1) لتكن u الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ ب $u(x)=2x^3-3x^2-1$.

ا) احسب u' مشتقة الدالة u ثم ضع جدول التغيرات الدالة u على المجال $]-1;+\infty[$. 1ن

ب) بين أن المعادلة $u(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[1;+\infty[$ ثم تحقق أن $1<\alpha<2$. 1ن

ج) باستعما طريقة التفرع الثنائي حدد تأطيرا للعدد α سعته 25.10^{-2} . 1ن

د) بين ان $u(x)\geq 0$ لكل x من المجال $[\alpha;+\infty[$ و أن $u(x)\leq 0$ لكل x من المجال $]-1;\alpha]$. 1ن

2) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ ب $f(x)=\dfrac{1-x}{1+x^3}$

ا) احسب النهايتين $\lim\limits_{x\to -1^+}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to +\infty}f(x)$. 1ن

ب) احسب $f'(x)$ لكل x من المجال $]-1;+\infty[$ ثم بين أن $f'(x)=\dfrac{u(x)}{(1+x^3)^2}$ 1ن

ج) ضع جدول تغيرات الدالة f على المجال $]-1;+\infty[$. 1ن

سؤال اضافي : بين أن $f(\alpha)=\dfrac{2(1-\alpha)}{3(\alpha^2+1)}$.