ثانوية موسى بن نصير نيابة الخميسات	فرض منزلي رقم 01 الدورة الأولى 2010/2009	الثانية بالك علوم رياضية ذ : عبدالله بن لختير

- **التمرين رقم 01:**

ليكن n من $\mathbb{N}^*$ ، أحسب النهايتين :

$$(1):\lim_{x\to 0}\frac{1-\prod_{k=1}^{n}\cos(kx)}{x^2} \quad \text{و} \quad (2):\lim_{x\to 0}\frac{1-\prod_{k=1}^{n}\cos^k(kx)}{x^2}$$

- **التمرين رقم 02:**

لتكن f الدالة المعرفة على $[0;1]$ كما يلي : $f(x)=\frac{1}{2}-x+\frac{1}{2}\mathrm{E}(2x)-\frac{1}{2}\mathrm{E}(1-2x)$.

1)- أدرس إتصال f على المجال $[0;1]$ ، ثم أرسم المنحنى (C_f) .

2)- بين أن f تقابل من المجال $[0;1]$ نحو نفسه .

- **التمرين رقم 03:**

لتكن f و g دالتين معرفتين على مجال مفتوح I بحيث :

f محدودة على I و منقطعة في نقطة x_0 من I و g متصلة في x_0 .

← بين أن الدالة $f.\mathrm{g}$ تكون متصلة في x_0 إذا و فقط إذا كان $\mathrm{g}(x_0)=0$.

- **التمرين رقم 04:**

لتكن f و g دالتين متصلتين على قطعة $[a;b]$ بحيث :

$$(\forall x\in[a;b]),(\exists y\in[a;b])/\ f(x)=\mathrm{g}(y)$$.

← بين أنه يوجد على الأقل عدد حقيقي c من $[a;b]$ بحيث $f(c)=\mathrm{g}(c)$.

- **التمرين رقم 05:**

ليكن a من $\mathbb{R}^{+*}$.

و لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=x^4+x^2+ax-2$.

1)- بين أن المعادلة $(\mathrm{E}):f(x)=0$ تقبل حلا على الأقل في المجال $[-1;2]$.

2)- هل هذا الحل وحيد ؟ علل جوابك .

- **التمرين رقم 06:**

لتكن f دالة متصلة على $\mathbb{R}$ بحيث المعادلة : $f(f(x))=x$ تقبل على الأقل حلا في $\mathbb{R}$.

← بين أنه يوجد على الأقل عدد حقيقي c بحيث : $f(c)=c$.

- **التمرين رقم 07:**

لتكن f دالة متصلة على القطعة $[0;1]$ بحيث : $f(0)=1$ و $f(1)=4$.

← بين أنه يوجد على الأقل عدد حقيقي c من $[0;1]$ بحيث : $f(c+\frac{1}{2})-f(c)=2$.

- **التمرين رقم 08:**

ليكن I مجالا من $\mathbb{R}$ و $f:I\to\mathbb{R}$ دالة متصلة على I .

← بـين أن f تكون رتيبة قطعا على I إذا و فقط إذا كانت f تباينية .

- **التمرين رقم 09:**

لتكن f الدالة المعرفة كما يلي : $f(x)=\frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{2x}{x+1}}+\sqrt{2x-x^2}\right)$.

1)- حدد D_f و بـين أن f متصلة على D_f .

2)- بـين أنه يوجد (α,β) من $\mathbb{R}^2$ بحيث : $\left(\forall x\in\left[\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right]\right), 2\alpha\le\sqrt{2x-x^2}+\sqrt{\frac{2x}{x+1}}\le 2\beta$.

3)- بـين أن f تقابل من المجال $I=[0;1]$ نحو مجال ينبغي تحديده .

4)- ليكن $[a;b]$ مجالا ضمن I ، بـين أنه : $(\exists c\in[a;b])/\ f(c)=\frac{a-c}{a-2b+c}$.

- **التمرين رقم 10:**

ليكن a عددا حقيقا من المجال $\left]0;\frac{\pi}{2}\right[$.

و لتكن f الدالة المعرفة على $I=\left]-a;\frac{\pi}{2}\right[$ كما يلي : $f(x)=\frac{\sin x}{\sin(x+a)}$.

1)- أحسب نهاية f في $-a$ على اليمين .

2)- ضع جدول تغيرات الدالة f .

3)- أ- بـين أن f تقابل من I نحو مجال J ينبغي تحديده .

ب- أحسب $f^{-1}(x)$ مهما يكن x من J .

- **التمرين رقم 11:**

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $I=\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ كما يلي : $f(x)=\sin x$.

1)- بـين أن f تقبل دالة عكسية f^{-1} و حدد $D_{f^{-1}}$.

2)- بـين أن الدالة f فردية .

3)- أرسم المنحنيين (C_f) و $(C_{f^{-1}})$ في نفس المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

4)- لتكن φ الدالة المعرفة كما يلي : $\varphi(x)=f^{-1}\left(2x\sqrt{1-x^2}\right)$.

أ- حدد D_φ مجموعة تعريف الدالة φ .

ب- بـين أن : $\left(\forall x\in\left[-\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{\sqrt{2}}{2}\right]\right), \varphi(x)=2f^{-1}(x)$.