ثانوية موسى بن نصير نيابة الخميسات	**فرض محروس رقم 01** **الدورة الأولى : 2011/2010**	2 بكالوريا علوم رياضية مدة الإنجاز : 02h30

- **التمرين رقم 01**: $(03pts)$

1)- أحسب النهاية : $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2010x^{2011}-2011x^{2010}+1}{(x-1)^2}$.

2)- هل الدالة : $f:x\mapsto\dfrac{\sin\left(\pi\sqrt{\cos x}\right)}{x}$ تقبل تمديدا بالإتصال في الصفر ؟

- **التمرين رقم 02**: $(02pts)$

ليكن $n\in\mathbb{N}^*$ و f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{(3-x)^n-a}{x-2};x<2 \\ f(x)=\dfrac{3x+b}{4};x\geq 2 \end{cases}$$ ، حيث $(a;b)\in\mathbb{R}^2$.

1)- بين أن f متصلة على كل من $]2;+\infty[$ و $]-\infty;2[$.

2)- حدد قيمتي a و b لكي تكون الدالة f متصلة على $\mathbb{R}$.

- **التمرين رقم 03**: $(03pts)$

⇦ **ملحوظة**: (**السؤالان 1)- و 2)- غير مرتبطين فيما بينهما**)

1)- بين أن المعادلة : $1-x^2=\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)$ تقبل حلا وحيدا في $[-1;1]$.

2)- لتكن f دالة متصلة على $\mathbb{R}$ و دورية دورها $T>0$.

⇦ بين أن المعادلة : $f\left(x+\frac{T}{2}\right)=f(x)$ تقبل حلا على الأقل في $\mathbb{R}$.

- **التمرين رقم 04**: $(04pts)$

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x)=\dfrac{1}{2}(4+\sin x)-x$.

1)- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$.

2)- بين أن f تقابل من $\mathbb{R}$ نحو مجال J يجب تحديده .

3)- إستنتج أن المعادلة : $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا x_0 في $\mathbb{R}$.

4)- بين أن : $\dfrac{2\pi}{3}<x_0<\dfrac{5\pi}{6}$ ، ثم حدد إشارة $f(x)$ تبعا لقيم x من $\mathbb{R}$.

- **التمرين رقم 05:** $(03pts)$

لتكن f الدالة المعرفة على $I=]-\infty;0]$ بما يلي : $f(x)=x\sqrt[3]{16-x^3}$.

1)- بين أن f تقابل من I نحو مجال J يجب تحديده .

2)- أحسب $f^{-1}(x)$ لكل x من J .

- **التمرين رقم 06:** $(05pts)$

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x)=Arc\tan(3x)+2x-1$.

1)- بين أن f تقابل من $\mathbb{R}$ نحو $\mathbb{R}$.

2)- بين أن المعادلة : $f^{-1}(x)=x$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$ و أن $0<\alpha<\frac{1}{3}$.

3)- تحقق أن : $\alpha=1-Arc\tan(3\alpha)$ ، ثم بين أن : $1-\frac{\pi}{4}<\alpha<\frac{1}{3}$.

4)- بين أن : $(\forall x\in]\alpha;+\infty[);\ f^{-1}(x)<x$.

تخصص نقطة إضافية لحسن التنظيم و جودة التحرير و الدقة في الأجوبة .

⇦ تمارين إضافية:

- **التمرين رقم 01:**

⇦ حل في المجموعة $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ النظمة : $(S):\begin{cases}Arc\tan\left(\frac{x+y}{2}\right)=x\\ Arc\tan\left(\frac{x-y}{2}\right)=y\end{cases}$.

- **التمرين رقم 02:**

لتكن f و g دالتين متصلتان على $\mathbb{R}$ بحيث : $f\circ g=g\circ f$.

⇦ بين أنه إذا كانت المعادلة : $f(f(x))=g(g(x))$ تقبل حلا على الأقل في $\mathbb{R}$ فإن المعادلة : $f(x)=g(x)$ بدورها تقبل حلا على الأقل في $\mathbb{R}$.