

تمرين 01

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{1+2x^3} - \sqrt{x^3+x+1}$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{9x^2+x+1} + 3x$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 - \sqrt{x+2}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{9x^2+x+1} - 2x$
$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x^2-4}}{x-2}$	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{1-3x}-2}{x+1}$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1-\sqrt{1-x}}{x^2-\sqrt{x^2+2}}$	$\lim_{x \rightarrow \mp\infty} \frac{x-\sqrt{x^2+x+1}}{x^2-\sqrt{x^4-1}}$
$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x^2+x}-x}$	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x+2}+\sqrt{3-x}-3}{x+1}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+x-2}{x^3+4x^2-8x+3}$	$\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{\sqrt{x^2-4}}{x+2}$
$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\cos x - \sqrt{3} \sin x}{6x - \pi}$	$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\tan x - 1}{2 \cos x - \sqrt{2}}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{3} \cos x - \sin^2 x - \sqrt{3}}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3} \cos x - \sin^2 x - \sqrt{3}}{x^2}$
$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{ x-1 +x^3-9}{x^2-4}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ x-10 +x^2}{2x^2+5}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ x-1 +x^2-1}{x^2+x-2}$	$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x \rightarrow +\infty}} x^2 \sin\left(\frac{1}{x^2}\right)$
$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{x - \frac{\pi}{4} \tan^2 x}{x - \frac{\pi}{4}}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 \sqrt{x+3} - 2}{x-1}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(\pi x)}{x-1}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} + \sqrt{x-3}}{x-3}$
$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{1-\cos x} - \sqrt{1-\sin x}}{1-\tan x}$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} x\sqrt{x^2+1} + x^2$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}} - \sqrt{x}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{ \cos 3x - \cos x }}{x}$
$\lim_{x \rightarrow 0} x \cos\left(\frac{1}{x}\right)$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{2015} - 1 - 2015(x-1)}{(x-1)^2}$	$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x\sqrt{x} - a\sqrt{a}}{\sqrt{x} - \sqrt{a}}, a \geq 0$	$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\left(\frac{\pi}{2} - x\right)^2}$

تمرين 02

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{E(2x)}{E(x)}$	$\lim_{x \rightarrow 1} E(2x) + \sqrt{x}$	$\lim_{x \rightarrow 1} E(x) + x$	$\lim_{\substack{x \rightarrow +\infty \\ x \rightarrow 0}} \frac{E(2x)}{x}$
$\lim_{x \rightarrow 2} E(3x)$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{E(\sqrt{x})}{\sqrt{x}+1}$	$\lim_{x \rightarrow 0} E(2x) + E(3x)$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} E(2x) + E(3x)$
$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{E\left(\frac{1}{x}\right) + x}{E\left(\frac{1}{x}\right) - x}$	$\lim_{ x \rightarrow +\infty} xE(x)$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x+3)E\left(\frac{1}{x}\right)$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{E(2x)}{x-1}$

تمرين 03

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{a} E\left(\frac{b}{x}\right), a, b > 0 \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + x^2 + x^3 + \dots + x^n - n}{(2-x)^n - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{4x^2 + 3x + 7} - mx, m \in \mathbb{R}$$

$$\lim_{\substack{|x| \rightarrow +\infty \\ x \rightarrow 0}} \frac{mx^3 + (m-2)x^2 + (m-1)x + m - 3}{x(x-2)(x-3)}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^3 + ax^2 + bx + c} + mx\sqrt{x+2}, a, b, c, m \in \mathbb{R}$$

تمرين 04

$$\varphi(x) = \frac{(1 - \sin x)(1 - \sin^2 x) \dots (1 - \sin^n x)}{\cos^{2n} x}, \quad n \in \mathbb{N}^*$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \varphi(x) = \frac{n!}{2^n} \quad \text{ثم استنتج أن} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^k x}{1 - \cos^2 x} = \frac{k}{2} \quad \text{بين أن}$$

تمرين 05

$$\phi(x) = \frac{tgx \sqrt{tgx} - \sin x \sqrt{\sin x}}{x^3 \sqrt{x}}$$

$$\phi(x) = \left(\frac{tgx}{x} + \sqrt{\frac{tgx \sin x}{x^2}} + \frac{\sin x}{x} \right) \sqrt{\frac{\sin x}{x}} \left(\frac{1 - \cos}{x^2} \right) \frac{1}{\sqrt{\cos x} (\sqrt{\cos x} + 1)} \quad \text{بين أن}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \phi(x) \quad \text{ثم استنتج}$$

تمرين 06

$$f(x) = \frac{x+4}{x-5}$$

$$\forall x \in]1, 3[\quad : \quad |f(x) - (-2)| \leq \frac{3}{2} |x-2| \quad \text{1. بين أن}$$

$$\text{2. ليكن } \varepsilon > 0 \text{ بين أنه يوجد عدد حقيقي } \alpha > 0 \text{ بحيث إذا كان } |x-2| < \alpha \text{ فإنه } |f(x) - (-2)| < \varepsilon$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) \quad \text{3. استنتج}$$

تمرين 07

$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3}{n^4}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \tan x} - \sqrt{1 + \sin x}}{x^3}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(10x^2)}{x \sin(5x)}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^{2015} - 1}{x^{2014} - 1}$
$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^5 \sqrt{x+2} - 64}{x-2}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + \cos x}{x+1}$	$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 + \sin(2x)}{\sin x + \cos x}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\sqrt{1 + \sin x} - \sqrt{\cos x}}$
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^a(bx)}{x^2}, \quad a, b \in \mathbb{R}^*$	$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin x - \sin a}{x - a}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - 2x^2 - 2 \cos x + \cos^2 x}{x^2}$	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x^2 - 8)^5 - 1}{x^3 - 27}$
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^3) - x^3}{x^9}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{1 - \cos x}$	$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\pi - 2x \sin(x)}{\sqrt{2} \cos\left(\frac{x}{2}\right) - 1}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + x \cos x}{x^2 + 1}$
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x - \tan x}$	$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sum_{k=1}^n E(kx)}{n^2}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x^5 \cos(x-1)}{x^3 - 1}$	$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\cos x - \cos a}{x - a}$
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + x \cos x - 2 \tan x}{2x - \sin x - \tan x}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos x\right)}{\sin(\sin x)}$	$\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \left(1 + 2 + 3 + \dots + E\left(\frac{1}{ x }\right) \right)$	$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=1}^n \binom{2k}{n} \binom{2}{n}$