Exercice n°01 :

⇨ On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = x\sqrt{3-x} \ .$$

1. Vérifier que : $D_f =]-\infty, 3]$.
2. Montrer que : $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$, puis en déduire que La courbe (C_f) admet au voisinage de $-\infty$ une branche parabolique dont on Déterminera la direction .
3. Montrer que : $\lim_{x\to3^-} \frac{f(x)-f(3)}{x-3} = -\infty$, puis interpréter ce résultat .
4. Montrer que f est dérivable sur $]-\infty, 3[$ et que :

   $(\forall x \in]-\infty, 3[), f'(x) = \frac{3(2-x)}{2\sqrt{3-x}}$, puis dresser le tableau de variation de f .
5. Montrer que : $(\forall x \in D_f), f(x) - x = \frac{x(2-x)}{\sqrt{3-x}+1}$, puis en étudier la position relative de (C_f) par rapport à la droite (Δ) d'équation : $y = x$.
6. Construire (C_f) dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
7. Soit g la restriction de f à l'intervalle $I =]-\infty, 2]$.

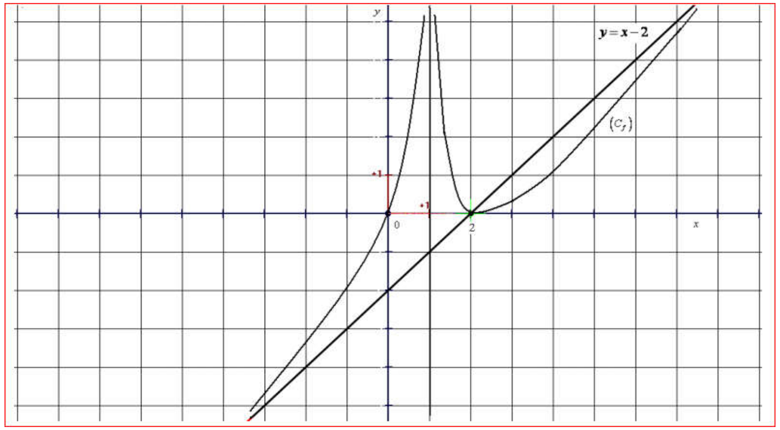
   a)- Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur I .

   b)- Construire $(C_{g^{-1}})$ dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

   c)- Montrer que g^{-1} est dérivable en zéro et que : $(g^{-1})'(0) = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Exercice n°02 :

⇨ Le graphe ci-dessous est celui d'une fonction f dérivable sur chacun des Intervalles $]-\infty, 1[$ et $]1, +\infty[$.



✓ À partir d'une lecture du graphe :

8. Déduire les limites suivantes :

   $(1) : \lim_{x\to-\infty} f(x)$, $(2) : \lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$, $(3) : \lim_{x\to+\infty} f(x) - x$ et $(4) : \lim_{x\to1} f(x)$.
9. Déterminer la monotonie de f sur les intervalles $]-\infty, 1[$, $]1, 2]$ et $[2, +\infty[$ Puis dresser son tableau de variation .
10. déterminer le signe de $f(x) - (x-2)$ sur $]-\infty, 1[$, $]1, 2]$ et $[2, +\infty[$.
11. résoudre l'inéquation : $(I) : f(x) > 0$ puis déterminer $f(]1, 2])$.

Fin du sujet