

Matière : Mathématiques  
Durée : 2H

Devoir surveillé 2  
Niveau : TCSF

.. Académie Casa-Settat  
Médiona

Exercice 1 ; 6.5 POINTS

- Compléter à l'aide des symboles suivants :  $\in$ ;  $\notin$ .  
 $\sqrt{2} \dots \mathbb{Q}$  ;  $-8 \dots \mathbb{Z}$  ;  $\frac{1}{3} \dots \mathbb{D}$  ;  $0 \dots \mathbb{N}^*$
- Soit  $x$  un nombre réel
  - Développer et simplifier le nombre  $A = (x+3)^3 - (x-2)^2$ .
  - Montrer que  $x^5 - 1 = (x-1)(1+x+x^2+x^3+x^4)$ .
  - Déduire une simplification du nombre  $B = 1 + \frac{2}{3} + \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^3 + \left(\frac{2}{3}\right)^4$
- Résoudre les équations suivantes :  $|x-3| = 4$  et  $|3x-5| = -4$

Exercice 2 ; 5.5 POINTS

Soit  $a, b$  deux réels tels que  $1 \leq a \leq 2$  et  $|b+2| \leq 1$ .

- Montrer que :  $-3 \leq b \leq -1$
- Encadrer les nombres :  $a+b$ ,  $ab$  et  $a^2+b^2$ .
- Déduire un encadrement du nombre :  $C = \frac{ab}{a^2+b^2}$ , puis donner l'amplitude de cet encadrement.

Exercice 3 ; 2 POINTS

Soit  $x, y \in \mathbb{R}$ .

- Montrer que :  $x^2 + y^2 \geq 2xy$ .
- Déduire que :  $5 \geq 2\sqrt{6}$ .

Exercice 3 ; 6 POINTS

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , on considère les points :  $A(2, 4)$ ;  $B(1, -2)$  et  $C(-1, 1)$ .

- Déterminer les coordonnées du vecteur  $\vec{AB}$ .
- Donner une équation cartésienne de la droite  $(AB)$ .
- Soit  $(D)$  la droite d'équation cartésienne,  $(D) : 2x + 3y - 1 = 0$ .
  - Vérifier que le point  $C$  appartient à la droite  $(D)$ .
  - Donner un vecteur directeur de la droite  $(D)$ .
  - Déduire la position relative entre les deux droites  $(D)$  et  $(AB)$ .
- Donner une équation cartésienne de la droite  $(\Delta)$  passant par  $A$  et parallèle à  $(D)$ .

Bonus ; 1 POINT

Soient  $a, b$  deux réels tel que  $ab = 1$ . Montrer que

$$a^6 + a^4b^2 + a^2b^4 + b^6 \geq 4.$$

Fin