

تمارين تمهيدية في التكامل

التمرين الأول:

1- حدد مجموعة الدوال الأصلية في كل حالة من الحالات :

$$f(x) = x^3 - 3x + 6 ; f(x) = e^{-x+1} + x ; f(x) = 2x(x^2 + 3)^{1202} ; f(x) = \frac{1}{x \ln(x)} ; f(x) = -5x^6 + x^3 + 2$$

$$f(x) = (4x^3 - 3x^2 + 2)(x^4 - x^3 + 2x)^{2014} ; f(x) = \frac{\ln(x)}{x} ; f(x) = 7x^5 + e^x ; f(x) = \cos(2x + \pi)$$

$$f(x) = \frac{e^x}{e^x + 1} ; f(x) = \frac{2x - 1}{x^2 - x} ; f(x) = \frac{x}{x - 1} ; f(x) = \sqrt[3]{2x - 1} ; f(x) = \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^4} + 2 ; f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

التمرين الثاني:

1- أحسب التكاملات التالية :

$$\int_0^1 \frac{2x}{(x^2 + 1)^2} dx ; \int_0^\pi -\cos(6x - \pi) dx ; \int_1^2 -5x^6 + x^3 + 2 dx ; \int_2^e \frac{1}{x \ln(x)} dx ; \int_0^1 e^{-x+1} + x dx$$

$$\int_{-1}^0 \frac{e^x}{e^x + 1} dx ; \int_0^1 (4x^3 - 3x^2 + 2)(x^4 - x^3 + 2x)^{2014} dx ; \int_0^1 (3x - 4)^2 dx ; \int_1^4 \frac{4}{\sqrt{x}} - 1 dx ; \int_0^\pi \tan^3(x) dx$$

$$\int_1^4 \frac{(x - \sqrt{x})(1 + \sqrt{x})}{2x\sqrt{x}} dx ; \int_1^4 \frac{(\sqrt{x} - 2x)}{x^2} dx ; \int_{\frac{\pi}{3}}^{-\pi} \sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) dx ; \int_0^1 \frac{3}{2x + 1} dx ; \int_0^1 e^{2x} - e^x dx$$

التمرين الثالث:

1- تحقق أن :  $\frac{2}{x(x^2 + 1)} = \frac{2}{x} - \frac{2x}{x^2 + 1}$  ثم أحسب التكامل التالي  $\int_1^e \frac{2}{x(x^2 + 1)} dx$

2- تحقق أن :  $\frac{1}{(e^x + 1)^2} = 1 - \frac{e^x}{e^x + 1} - \frac{e^x}{(e^x + 1)^2}$  ثم أحسب التكامل التالي  $\int_0^1 \frac{1}{(e^x + 1)^2} dx$

3- بين أن :  $\frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$  ثم أحسب التكامل  $\int_0^t \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1} dx$  بدلالة  $t$

4- بين أن :  $\frac{t^2 - t + 1}{t(t^2 + 1)} = \frac{1}{t} - \frac{1}{t^2 + 1}$  ثم أحسب التكامل التالي  $\int_0^1 \frac{t^2 - t + 1}{t(t^2 + 1)} + \sqrt{x + 1} dt$

التمرين الرابع:

1- أحسب التكاملات التالية :

$$\int_0^{\ln(2)} \frac{e^{2x} + e^x + 1}{e^x} dx ; \int_0^1 e^{4x} - 3e^x - 1 dx ; \int_{\ln(2)}^{\ln(3)} \frac{(e^x - 1)^2}{e^x} dx ; \int_0^{\ln(2)} \frac{e^{2x}}{\sqrt{e^{2x} + 5}} dx ; \int_1^2 2^x + 3^x dx$$

2- باستعمال المكاملة بالأجزاء أحسب التكاملات التالية :

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} x \cos(2x) dx ; \int_1^e (2x + 1) \ln(x) dx ; \int_1^2 \ln(x) dx ; \int_1^2 \ln(2 + x) dx ; \int_{-\ln(2)}^0 (x + 1) e^{-x} dx$$