

المسألة

التمرين الاول

نعتبر الدالة العددية المعرفة على  $]0; +\infty[$  بمايلي:

$$g(x) = x^2 - \ln(x)$$

$$(1) \text{ بين ان: } \forall x > 0; g'(x) = \frac{2x^2 - 1}{x}$$

(2) بين الدالة  $g$  تناقصية على المجال  $]0; \frac{\sqrt{2}}{2}]$  وتزايدية على المجال

$$\left[ \frac{\sqrt{2}}{2}; +\infty[$$

$$(3) \text{ بين ان } g\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{1}{2} - \ln\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) > 0 \text{ ثم استنتج ان}$$

$$\forall x > 0; g(x) \geq 0$$

نعتبر الدالة المعرفة على  $]0; +\infty[$  بمايلي:  $f(x) = x - 2 + \frac{1}{x} + \frac{\ln x}{x}$

على

(1) بين ان:  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$  ثم اول النتيجة هندسيا

$$(2) \text{ بين ان: } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \text{ و } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$$

$$\text{و } \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x - 2)] = 0 \text{ لاحظ ان } \left( \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0 \right)$$

$-b$  استنتج ان المستقيم ذو المعادلة  $y = x - 2$  مقارب مائل بجوار  $+\infty$

$$(3) \text{ بين ان } \forall x > 0; f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$$

$-b$  استنتج ان الدالة  $f$  تزيدية قطعاً على  $]0; +\infty[$

ثم ضع جدول التغيرات

$-a(4)$  انشئ منحنى الدالة

$-b$  بين ان الدالة  $F$  المعرفة بمايلي  $x \rightarrow \ln(x) + \frac{1}{2} \ln^2(x)$

$$\text{دالة اصلية لـ } x \rightarrow \frac{1 + \ln x}{x}$$

$-c$  استنتج مساحة الحيز المحصور بين المنحنى و المستقيمت

$$x = 1, y = x - 2 \text{ و } x = e, y = x - 2$$

حل في مجموعة الاعداد القعدية المعادلة التالية  $z^2 - 10z + 28 = 0$   
نعتبر التالية ذات اللاحق التالية:  $a = 2; b = 5 - \sqrt{3}i; c = 5 + \sqrt{3}i$

$$(1) \text{ بين ان } \frac{z_c - z_a}{z_b - z_a} = 1 + \sqrt{3}i \text{ ثم استنتج الشكل المثلثي}$$

(2) ليكن  $z$  لحق النقطة  $M$  و  $z'$  لحق النقطة  $M'$  صورة  $M$  بالدوران  $R$

الذي مركزه  $D$  ذو اللق  $6$  وزاوية دورانه  $\theta = \frac{\pi}{2}$

$$z' = iz - 6i + 6 \text{ بين ان}$$

$-b$  حدد لحق العدد  $p$  صورة النقطة  $a$  بالدوران  $R$

التمرين الثاني

يحتوي كيس على ثلاث بيدقات بيضاء وأربع بيدقات سوداء لا يمكن التمييز بينها باللمس

نسحب عشوائيا وفي ان واحد ثلاث كرات من الصندوق  
(1) ماهو احتمال الحصول على بيدقتين بالضبط لونهما ابيض؟

(2) ماهو احتمال الحصول على ثلاث بيدقات من نفس اللون؟

(3) ماهو احتمال الحصول على بيدقة سوداء على الاقل؟

نسحب عشوائيا وبالتتابع بدون احلال ثلاث كرات من الصندوق  
ليكن  $X$  المتغير العشوائي المرتبط بعدد الكرات السوداء المتبقية في الصندوق

(1) حدد القيم التي يأخذها  $X$

(2) اعط قانون الاحتمال ثم احسب الامل الرياضي

التمرين الثالث

(1) احسب التكاملات التالية

$$J = \int_1^2 \frac{1}{x+1} dx; I = \int_1^3 (x^2 + x - 3) dx$$

$$(2) \text{ تحقق ان } (\forall x \in \mathbb{R} - \{-1\}); \frac{x^2}{x+1} = x - 1 + \frac{1}{x+1}$$

$$\text{ثم احسب } \int_0^2 \frac{x^2}{x+1} dx$$

(3) باستعمال المكاملة بالأجزاء احسب التكامل التالي:  $\int_0^2 x \ln(x+1) dx$

(4) حل المعادلة التفاضلية التالية:  $y' - 3y = 0$

ثم استنتج حل المعادلة علما ان  $y(1) = 3$