المجمع التربوي علال عواد
سلا بطانة

الإمتحان التجريبي الأول:

المستوى: الثانية علوم رياضية
الاستاذ : م. ادير

الخميس 11 فبراير 2016

س-ت

التمرين الاول: (3,25 نقط)

المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد ممنظم و مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$.

1- نعتبر في $\mathbb{C}$ المعادلة : $(E):\ z^2-4iz-2+2i\sqrt{3}=0$

أ- تحقق أن العدد العقدي $a=1+i(2-\sqrt{3})$ حل للمعادلة (E) . — 0,5

ب- استنتج b الحل الثاني للمعادلة (E) . — 0,5

2- أ- بين أن : $a^2=4\left(2-\sqrt{3}\right)e^{i\frac{\pi}{6}}$ — 0,5

ب – اكتب العدد a على الشكل المثلثي . — 0,5

3- نعتبر النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي a و b و $c=2i+2e^{i\frac{\pi}{7}}$. و لتكن (Γ) الدائرة التي احد أقطارها $[AB]$.

أ- حدد ω لحق النقطة Ω مركز الدائرة (Γ) — 0,5

ب- بين أن النقطتين O و C تنتميان للدائرة (Γ) — 0,5

ت- بين أن العدد العقدي $\dfrac{c-a}{c-b}$ تخيلي صرف . — 0,25

التمرين الثاني: (5,25 نقط)

المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{u};\vec{v})$

I- نعتبر التطبيق g من $\mathbb{C}-\{1\}$ نحو $\mathbb{C}$ المعرف بما يلي : $\left(\forall z\in\mathbb{C}-\{1\}\right): g(z)=\dfrac{iz^2}{z-1}$

1- أ- حدد الجذرين المربعين للعدد $1-4i\sqrt{3}$. — 0,5

ب – حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $(E): g(z)=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. نرمز للحلين ب z_1 و z_2 حيث $\mathrm{Re}(z_1)<0$ — 0,5

ج – اكتب z_1 و z_2 على الشكل الأسي و استنتج أن: $z_1^6-27z_2^6=2$. — 1

2- أ- بين أن : $\left(\forall z\in\mathbb{C}-\{1\}\right)\ \ g(z)\in i\mathbb{R}\Leftrightarrow\left(z=\bar{z}\ \text{ ou }\ |z|^2=2\mathrm{Re}(z)\right)$ — 0,5

ب – حدد مجموعة النقط $M(z)$ بحيث : $g(z)\in i\mathbb{R}$ — 0,5

ج - حدد مجموعة النقط $M(z)$ بحيث : $|g(z)|=|z|$ — 0,5

المجمع التربوي علال عواد		المستوى: الثانية علوم رياضية
سلا بطانة	**الإمتحان التجريبي الأول:**	الاستاذ : م. ادير

II- نعتبر النقطتين $A(a)$ و $B(b)$ حيث : $a=-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$ و $b=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{6}i$

و ليكن h التحاكي الذي مركزه O و نسبته $\sqrt{3}$ و R الدوران الذي مركزه O و زاويته $\frac{5\pi}{6}$.

1- لتكن B' صورة B بالتحاكي h . حدد b' لحق النقطة B' . — 0,5

2- بين أن : $R(A)=B'$ — 0,25

3- نعتبر التحويل $F=R\circ h$

أ- حدد الكتابة العقدية للتحويل F . — 0,5

ب- حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (D') صورة المستقيم (D) ذو المعادلة $y=x\sqrt{3}$ بالتحويل F . — 0,5

مسألة : (11,5 نقطة)

الجزء الأول:

نعتبر f الدالة العددية المعرفة على $]-1;+\infty[$ بما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=(x+1)e^{\frac{\ln(x+1)}{x}} \quad , \quad x\in]-1;0[\cup]0;+\infty[\\ f(-1)=1 \quad ; \quad f(0)=e \end{cases}$$

و (C_f) منحنى f في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1- أ- بين أن : $\left(\forall x\in]-1;0[\cup]0;+\infty[\right) \; ; f(x)=e^{\frac{(x+1)\ln(x+1)}{x}}$ — 0,5

ب – ادرس اتصال الدالة f في الصفر و على اليمين في 1- . — 0,5

2- أ- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$ — 0,5

ب – بين أن : $\left(\forall x\in]-1;0[\cup]0;+\infty[\right) \; ; f(x)-x=x\left(e^{\frac{\ln(x+1)}{x}}-1\right)+e^{\frac{\ln(x+1)}{x}}$ — 0,5

ج – استنتج الفرع اللانهائي للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$. — 0,5

3- بين أن : $\lim\limits_{x\to-1^+}\frac{f(x)-f(-1)}{x+1}=+\infty$ ثم اول هندسيا النتيجة . (يمكن استعمال السؤال(1-أ)و وضع $t=x+1$) — 0,75

4- أ- بين أن : $\int_0^x\frac{t^2}{1+t}dt=\ln(x+1)-x+\frac{1}{2}x^2 \; : \forall x\in\left[\frac{-1}{2};+\infty\right[$. — 0,25

المجمع التربوي علال عواد سلا بطانة	**الإمتحان التجريبي الأول:**	المستوى: الثانية علوم رياضية الاستاذ : م. ادير

ب – بين أن: $\left(\forall t \geq \frac{-1}{2}\right) : \frac{t^2}{1+t} \leq 2t^2$	0,25
ج – بين أن : $\left(\forall x \geq \frac{-1}{2}\right) : \left\lvert \int_0^x \frac{t^2}{1+t} dt \right\rvert \leq \frac{2}{3}\lvert x \rvert^3$	0,5
د – استنتج أن : $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\ln(1+x)-x}{x^2} = \frac{-1}{2}$.	0,5
ه – استنتج أن : الدالة f قابلة للاشتقاق في 0 و أن $f'(0) = \frac{e}{2}$.	0,5
5- أ- ادرس تغيرات الدالة g حيث $g(x) = x - \ln(x+1)$ و استنتج أن $(\forall x > -1); g(x) \geq 0$	0,5
ب – بين أن : $(\forall x \in]-1;0[\cup]0;+\infty[); f'(x) = \frac{(x+1)g(x)}{x^2} e^{\frac{\ln(x+1)}{x}}$	0,5
ج – ضع جدول تغيرات الدالة f	0,5
6- انشىء المنحنى (C_f)	0,75
الجزء الثاني:	
نعتبر الدالة F المعرفة على $[0;+\infty[$ بمايلي : $F(x) = \int_0^1 f(xt)dt$.	
1- أ- بين أن : $\left(\forall x \in \mathbb{R}^+\right) : f(x) \geq x$	0,25
ب – استنتج أن: $\left(\forall x \in \mathbb{R}^+\right) : F(x) \geq \frac{x}{2}$.	0,25
ج – احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} F(x)$.	0,25
2- أ- بين أن : $\left(\forall x \in]0;+\infty[\right) : F(x) = \frac{1}{x}\int_0^x f(t)dt$	0,5
ب – بين أن الدالة F قابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$ و أن $\left(\forall x \in]0;+\infty[\right) : F'(x) = \frac{1}{x}\left(f(x) - F(x)\right)$.	0,5
ج – بين أن : $\left(\forall x \in [0;+\infty[\right) : \mathrm{e} \leq F(x) \leq f(x)$.	0,5
د – استنتج أن تزايدية على $\mathbb{R}^+$.	0,25

المجمع التربوي علال عواد	**الإمتحان التجريبي الأول:**	المستوى: الثانية علوم رياضية
سلا بطانة		الاستاذ : م. ادير

	الجزء الثالث:
	نعتبر المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ المعرفة بما يلي : $u_n = \int_0^1 f\left(\frac{t}{n}\right)dt$
0,25	1- أ- بين أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ تناقصية .
0,25	ب - بين أن : $\forall n \in \mathbb{N}^* : u_n \geq e$.
0,25	2- أ- بين أن : $\forall n \in \mathbb{N}^* : u_n = n\int_0^{\frac{1}{n}} f(t)dt$
0,25	ب – استنتج أن : $\forall n \in \mathbb{N}^* : u_n \leq f\left(\frac{1}{n}\right)$
0,5	ج – احسب $\lim\limits_{n} u_n$
	بالتوفيق