**ثانوية** ابن بطوطة التأهيلية | **سلسلة رقم 2** | **السنة الدراسية :** ٢٠١٤/٢٠١٥

**المستوى:** 2 ع ف 2 | # الإشتقاق Dérivation | **الأستاذ:** محمد لغزال

## التمرين ١

أدرس قابلية اشتقاق الدوال التالية في $a$ ثم اعط معادلة المماس عند النقطة ذات الأفصول $a$ كلما كان ذلك ممكنا.

1. $f(x)=\frac{1}{x^2+3}$ و $a=1$ .
2. $f(x)=\sqrt{x^2+1}$ و $a=0$ .
3. $f(x)=\sqrt[3]{x^3-7}$ و $a=2$ .
4. $f(x)=\sin(x)$ و $a=\frac{\pi}{2}$

## التمرين ٢

نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة على $]-1;+\infty[$ بما يلي:

$$f(x)=\sqrt[3]{1+x}$$

1) أ- ادرس قابلية اشتقاق الدالة $f$ في 0.
ب- أول هندسيا النتيجة المحصل عليها.
2) أ- حدد تقريبا للدالة $f$ بدالة تآلفية بجوار 0.
ب- استنتج قيما مقربة لكل من العددين $\sqrt[3]{0,997}$ و $\sqrt[3]{1,0035}$

## التمرين ٣

باستعمال مفهوم العدد المشتق, أحسب النهايات التالية:

$$A=\lim_{x\to\frac{\pi}{6}}\frac{\sin x-\frac{1}{2}}{x-\frac{\pi}{6}}\ ,B=\lim_{x\to\frac{\pi}{6}}\frac{x-\frac{\pi}{3}\sin x}{x-\frac{\pi}{6}}$$

$$C=\lim_{x\to 0}\frac{(x+1)^2\cos x-1}{x}$$

$$D=\lim_{x\to 2}\frac{(\sin 3x)^3-(\sin 6)^3}{x-2}$$

## التمرين ٤

لتكن $f$ الدالة العددية للمتغير الحقيقي $x$ المعرفة بما يلي:

$$f(x)=x^3+x+2$$

1) بين أن $f$ تقبل دالة عكسية من $f(\mathbb{R})$ نحو $\mathbb{R}$ وحدد $f(\mathbb{R})$

2) أ- اعط معادلة المماس في النقطة ذات الأفصول -1
ب- حدد $f'$ لكل $x$ من $\mathbb{R}$ .

3) أ- ادرس قابلية اشتقاق $f'$ على $\mathbb{R}$
ب- احسب $(f^{-1})'(0)$

## التمرين ٥

حدد الدالة المشتقة للدالة $f$ في الحالات التالية :

1) $f(x)=x^4+\frac{1}{x^4}$ 2) $f(x)=\sqrt[5]{5x^2+3}$

3) $f(x)=\sqrt{\frac{2x-3}{3x+8}}$ 4) $f(x)=\frac{(3x+2)^3}{(4x+2)^2}$

5) $f(x)=x^2.\sin(2x)$ 6) $f(x)=\cos^5(2x+\frac{\pi}{3})$

## التمرين ٦

لتكن $f$ الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^+$ بِمايلي:

$$f(x)=\sqrt[3]{ax^3}-\frac{2}{3}x$$

و $a$ عدد حقيقي موجب قطعا.
1) ادرس قابلية اشتقاق $f$ على اليمين في النقطة الصفر.
2) أ- احسب $f'(x)$ من أجل $x>0$ وادرس منحى تغيرات $f$ .
ب- استنتج أن :

$$\forall (a,x)\in\mathbb{R}^+\times\mathbb{R}^+\ ;\quad a^{\frac{1}{3}}.x^{\frac{2}{3}}\le\frac{1}{3}a+\frac{2}{3}x$$

## التمرين ٧

نعتبر الدالتين $f(x)=\sqrt[3]{x-2}$ و $g(x)=(x-2)\sqrt[3]{x-2}$.
1) أدرس قابلية إشتقاق $f$ و $g$ في 2 على اليمين.
2) بين أن $f$ و $g$ قابلتين للإشتقاق على $]2;+\infty[$ .
3) أحسب $f'(x)$ و $g'(x)$ لكل $x$ من $]2;+\infty[$

## التمرين ٨

1- من أجل $x\ge 0$ و $n$ عدد صحيح طبيعي نضع $f_n(x)=x^n\sqrt{x}$
بين أن الدالة $f_n$ قابلة الاشتقاق على $]0;+\infty[$ ثم عبر عن $f'_{n+1}(x)$ بدلالة $n$ و $f_n(x)$.

2- بين بالترجع أن: $(\forall n\in\mathbb{N}^*)(\forall x\in\mathbb{R})$,

$$sin^{(n)}(x)=sin\,(x+n\frac{\pi}{2})$$

Prof.Laghzal