الثانوية التأهيلية أنوال أكـــــــادير	فرض محروس رقم 2 (ساعتـــــــان)	2016-2015 2 ع ف 2

تمرين 1

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بمايلي: $u_0 = 3$ و $u_{n+1} = \dfrac{8u_n - 8}{u_n + 2}$ $(\forall n \in \mathbb{N})$

1) بين أن : $\forall n \in \mathbb{N} : 2 \prec u_n \prec 4$.
2) ادرس رتابة المتتالية (u_n) و استنتج انها متقاربة.
3) بين أن : $\forall n \in \mathbb{N} : 4 - u_{n+1} \prec \dfrac{4}{5}(4 - u_n)$ ثم استنتج أن : $\forall n \in \mathbb{N} : 0 \prec 4 - u_n \prec \left(\dfrac{4}{5}\right)^n$.
4) نضع : $\forall n \in \mathbb{N} : v_n = \dfrac{u_n - 4}{u_n - 2}$.

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية أسا سها $q = \dfrac{2}{3}$ وأحسب v_n ثم u_n بدلالة n.

ب- أحسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.

تمرين2

لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بمايلي:

$$f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}} - 1$$

وليكن (C) منحناها في م م م $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) أ- تحقق أن الدالة f معرفة على المجموعة $D = \mathbb{R}$.
2) أ- بين أن : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$ و $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -2$

ب- حدد الفرعين اللانهائين للمنحنى (C).

3) أ- بين أن: $(\forall x \in \mathbb{R})\ f'(x) = \dfrac{1-x}{\sqrt{(1+x^2)^3}}$.

ب- ضع جدول تغيرات الدالة f على D.

4) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C) في النقطة التي أفصولها 0.
5) أ- بين أن: $(\forall x \in D)\ f(x) - x = (x+1)\left[\dfrac{-x^2}{\sqrt{1+x^2}\left(\sqrt{1+x^2}+1\right)}\right]$.

ب- استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C) و المستقيم (T)

6) أنشئ المنحنى (C).
7) لتكن g قصور الدالة f على المجال $]-\infty;1[$.

أ- أحسب $g(-1)$.

ب- بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة على مجال J يتم تحديده.

ج- بين ان الدالة g^{-1} قابلة للاشتقاق في النقطة -1 ثم أحسب $\left(g^{-1}\right)'(-1)$.

8) نضع: $(\forall x \in \mathbb{R})\ h(x) = x^2 + 1 + \dfrac{1-x}{\sqrt{(1+x^2)^3}}$.

أ- حدد الدالة الأصلية H للدالة h على المجال $\mathbb{R}$ و التي تحقق $H(-1) = 4$.

9) نعتبر المتتالية العددية (w_n) المعرفة بمايلي: $w_0 = -\dfrac{1}{2}$ و $(\forall n \in \mathbb{N})\ w_{n+1} = f(w_n)$

أ- بين أن : $(\forall n \in \mathbb{N}) : -1 \prec w_n \prec 0$.

ب- بين أن (w_n) متتالية تناقصية (يمكنك استعمال السؤال 5).

ج- استنتج أن (w_n) متقاربة و أحسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.