Groupe scolaire alfalah 2 TAZA	Devoir surveillé N°5 08 / 03 / 2017	1ER BAC SM BIOF

$2h$

Exército 1 : 8 pts

on considere que le plan est muni d'un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ **.**

soient les points $A(2,1)$ **et** $B(-1,3)$ **et** $C(4,4)$ **et** θ **la mesure principale de l'angle** $\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}\right)$ **.**

soit (C) **l'ensemble des points** $M(x,y)$ **tel que** $x^2+y^2-x-4y+1=0$ **.**

1) a) calculer : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ **et** $\det\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$

b) calculer : $\cos\theta$ **et** $\sin\theta$ **et en déduire la valeur de** θ **.**

2) a) montrer que (C) **est le cercle de centre** $\Omega\left(\frac{1}{2},2\right)$ **et de rayon** $R=\frac{\sqrt{13}}{2}$ **.**

b) montrer que $[AB]$ **est un diamètre dans le cercle** (C) **.**

3) determiner une équation de la tangeante (T) **au cercle** (C) **en** A **.**

4) a) verifier que $E(0,-2)\in Ext(C)$

b) déterminer les équations des 2 tangeantes au cercle (C) **passant par** E**.**

5) soient I **le milieu de** $[BC]$ **et** $(\Delta)=\left\{M\in(P)/\ AM^2=\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC}\right\}$ **.**

a) montrer que : $M\in(\Delta)\Leftrightarrow\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$

b) en déduire la nature de (Δ) **et donner son équation cartésienne .**

Exército 2 : 5 pts

pour tout $x\in\mathbb{R}$ **, on pose** $f(x)=\cos(2x)+\sin(2x)$

1) calculer : $f\left(\frac{\pi}{12}\right)$ **et** $f\left(\frac{3\pi}{8}\right)$ **.**

2) a) montrer que $f(x)=\sqrt{2}\cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)$ **et en déduire que** $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$

3) montrer que $f(x)=2\sqrt{2}\cos x\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)-1$ **et en déduire que** $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)\cos\left(\frac{3\pi}{8}\right)=\frac{\sqrt{2}}{4}$

4) resoudre dans $[0,\pi]$ **l'inéquation** $f(x)\leq\frac{\sqrt{6}}{2}$

Exército 3 : 6pts

I) pour tout $x\in\mathbb{R}$ **, on pose** $g(x)=\sin(3x)+\sin\left(x-\frac{2\pi}{3}\right)$ **.**

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ **l'équation** $g(x)=0$ **.**

2) a) montrer que $g(x)=2\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)\times\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$

b) Résoudre dans $\left[\frac{-\pi}{3},\frac{2\pi}{3}\right]$ **l'inéquation** $g(x)\leq 0$

3) a) montrer que $2\times g(x)=5\sin x-\sqrt{3}\cos x-8\sin^3(x)$

b) calculer $g\left(\frac{\pi}{4}\right)$ **et en déduire la valeur de** $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ **.**

Exércice 4 : 3 pts

1) **soit** $x \in \mathbb{R} - \left\{ k\frac{\pi}{2} / k \in \mathbb{Z} \right\}$ **. montrer que** $\tan^2 x + \frac{1}{\tan^2 x} = \frac{4}{\sin^2(2x)} - 2$

2) **en déduire que** $\tan^2\left(\frac{\pi}{8}\right) + \tan^2\left(\frac{3\pi}{8}\right) = 6$