

❖ العمليات على النهايات

تمرين 01:

أحسب النهايات التالية

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - 1)(1 - x)^{2010} \quad \bullet \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(x^3 + \frac{1}{2\sqrt{x}} \right)$$

❖ نهاية حدودية عند $+\infty$ أو عند $-\infty$

تمرين 02: أحسب النهايات:

$$\lim_{|x| \rightarrow +\infty} (4x^2 + 3x + 2) \quad \bullet \quad \lim_{|x| \rightarrow +\infty} (-2x^4 + 3x^2 - 1)$$

$$\lim_{|x| \rightarrow +\infty} (4x^3 - 2x^2 + 1) \quad \bullet \quad \lim_{|x| \rightarrow +\infty} (-2x^5 - 3x^4 + x)$$

❖ نهاية دالة جذرية

تمرين 03: أحسب النهايات:

$$\lim_{|x| \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x^4 + 4x - 1}{3x^3 + x^2 + 1} \right) \quad \bullet \quad \lim_{|x| \rightarrow +\infty} \left(\frac{-3x^5 + 4x - 1}{x^2 + x + 1} \right)$$

$$\lim_{|x| \rightarrow +\infty} \left(\frac{-3x^5 + 4x - 1}{x^2 + x + 1} \right) \quad \bullet \quad \lim_{|x| \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + x - 1}{-2x^4 + x + 2} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-1}{x^2-x-2} \quad \bullet \quad \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^-} \frac{x+1}{2x-1} \quad \bullet \quad \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \frac{x+1}{2x-1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-2}{x^2-x-2} \quad \bullet \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x-1}{x^2-x-2}$$

تمرين 04

لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي:

$$f(x) = \frac{2x^2 + 3x - 5}{x + 2}$$

(1) - حدد D_f ، مجموعة تعريف الدالة f .

(2) - أحسب النهايات عند محددات D_f .

(3) - أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{f(x)}{x} \right)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - 2x)$

❖ نهايات دوال معرفة بالأجزاء

تمرين: 05

تكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{(x-1)^3}, & x > 1 \\ \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 1}, & x \leq 1 \end{cases}$$

(1) - حدد D_f ، مجموعة تعريف الدالة f .

(2) - أحسب النهايات عند محددات D_f .

❖ نهايات دوال لا جذرية

تمرين 06:

أحسب النهايات التالية:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x}) \quad \bullet \quad \lim_{|x| \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{1 + x^2})$$

$$\lim_{|x| \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 1} - 2x^2) \quad \bullet \quad \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 - \sqrt{1 + x^2}}{x} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x} \quad \bullet \quad \lim_{|x| \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x^2 + x} - \sqrt{x^2 + x} \right)$$

❖ نهاية الدوال المثلثية

تمرين 07

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3} \quad \bullet \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{\sin 3x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x-1)}{x^2 - 1} \quad \bullet \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x^2}$$

❖ النهايات والترتيب

تمرين 08

لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي:

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + x + 1}}$$

(1) - بين أن: $\forall x \in \mathbb{R}_+^*$, $\left| f(x) - \frac{1}{2} \right| \leq \frac{1}{x^2}$

(2) - استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

تمرين 09:

أحسب النهايات التالية

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x - \cos x) \quad \bullet \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\cos x - x + 1}{x} \quad \bullet \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 + \cos x}{1 + \sqrt{x}}$$

تمرين 10

لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي:

$$f(x) = x - \sqrt{x^2 - 1}$$

(1) - حدد D_f ، مجموعة تعريف الدالة f .

(2) - أحسب النهايات عند محددات D_f

(3) - أحسب: $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x)+1}{x+1}$ و $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x)-1}{x-1}$

(4) - أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$