Institution al inbiaat privée agadir	**serie 2 sur les applications**	**1sm biof : prof Achtchi**

Exercice1

Soit f l'application définie par : $f:\mathbb{R}:\to\mathbb{R}$

x→ $\sqrt{x^2-x+1}$

1) Montrer que $\forall x\in\mathbb{R}: f(1-x)=f(x)$ et en déduire que f n'est pas injective.
2) Montrer que $\forall x\in\mathbb{R} f(x)\geq\frac{\sqrt{3}}{2}$.En déduire que f nest pas surjective.
3) Soit g la restriction de f à $I=\left]\frac{1}{2},+\infty\right[$.
   a. montrer que g est une bijection de De I vers un intervalle J à déterminer.
   b. Déterminer g^{-1}
4) Soit h la restriction de f à $\left]-\infty,\frac{1}{2}\right]$et k l'application de J dans I définie par k(x)=1-x.
   a. Montrer que h =g∘ k.
   b. Et déduire que h est bijective et déterminerh^{-1}.

Exercice 2

Dans chacun des cas suivants déterminer toutes les applications de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ qui vérifient :

1. $\forall x\in\mathbb{R}$:   5 f(x)+f(1-x)=x+2.
2. $\forall(x,y)\in\mathbb{R}^2$: $f(x)f(y)=x+y+f(xy)$.
3. Dans ce cas f est une application de $\mathbb{R}-\{0,1\}$ dans $\mathbb{R}$ tq : f(x)+f $\left(\frac{x-1}{x}\right)=x+1$.

Exercice3

Soit f l'application définie par : $f:\mathbb{R}:\to\mathbb{R}$: telle que $\forall x\in\mathbb{R}:(f\circ f)(x)=4x-9$.

1. Calculer $f(3)$.
2. Montrer que f est injective et surjective.
3. En déduire que f est une bijection et déterminer f^{-1}en fonction de x.

Exercice 4

Soit f l'application définie par$f:[2,+\infty[:\to\left]-1,\frac{-1}{2}\right[$.

x→ $-1+\frac{1}{x+2-\sqrt{x+2}}$

1. Déterminer 3 applications g,h,k telles que :$\forall x\in[2,+\infty[$: f(x)=g∘ $h\circ k(x)$.
2. En déduire que f est bijective et déterminerf^{-1}.

Exercice5

Soit f l'application définie par : $f:\mathbb{R}:\to\mathbb{R}$: x→ $\begin{cases} f(x)=1-x^2, x\leq 0\\ f(x)=1-\sqrt{x}, x>0\end{cases}$

1. Déterminer $f\circ f$.
2. En déduire que f est bijective et déterminer f^{-1}.

Exercice1

Soientt S et T l'ensemble des solutions des solutions des équations x^3+2x²-3x-10=0

x^3+x²-4x-4=0 réspectivement. Déterminer $S \cap T$.

Exercice2

$A = \{(n, n^2)/n \in \mathbb{N}\}$et B=$\{(2n, n)/n \in \mathbb{N}\}$ donner l'intresection de A et B.

Exercice3

A=$\{(x, \sqrt{x+1})/x \in [-1, +\infty[\}$ et B=$\{(x^2-1, x)/x \in [0, +\infty[\}$. Montrer que 'A=B

Exercice4

Soit f l'application de $[1, +\infty[$ vers $[\sqrt{2}, +\infty[$ définie par :$f(x) = \sqrt{x+1} + \sqrt{x-1}$.

1. Montrer que $\forall x \in [1, +\infty[: \sqrt{x+1} + \sqrt{x-1} = \frac{2}{f(x)}$.
2. En déduire que f est une bijection.
3. Déterminer la bijection réciproque.

Exercice5

Soit f l'application de $\mathbb{R} - \{1\}$dans $\mathbb{R}$ définie par f(x)= $\frac{x^2}{x-1}$.

On considère l'équation f(x)=m, m∈ $\mathbb{R}$.

1. Déterminer les valeurs de m pour lesquelles cette équation admet des solutions dans $\mathbb{R}$.
2. En déduire f($\mathbb{R} - \{1\}$).

Exercice 6

Soit f l'application de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définie par f(x)= $f(x) = \sqrt{x+1} - |x|$

1. Déterminer $f^{-1}(]0,1])$.
2. Soit g la restriction de f à$\mathbb{R}^+$.
   a. Montrer que g ($\mathbb{R}^+$)=f ($\mathbb{R}$).
   b. En déduire que g est une bijection de $\mathbb{R}^+$ves un intervalle J à déterminer.

NB : Désole pour quelques fautes de frappe dans la série 1 application

Exo2 : $f : [0, +\infty[\rightarrow]-\infty, +3]$

Exo3 : Soit f une application définie par $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

Exo5 : On pose I= $]0, +\infty[$: exo6 : $f(x) - f(y) = (x-y)[\frac{\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)+(\sqrt{y^2+1}-y)}{\sqrt{x^2+1}+\sqrt{y^2+1}}$