الأولى باك علوم رياضية	فرض منزلي رقم 01	منارة الفردوس
ذ : عبدالله بن لختير	الدورة الأولى : 2010/2009	نيابة الخميسات

- التمرين رقم 01:

1)- بين أن : $\forall(a,b)\in\left(\mathbb{R}^{+*}\right)^2, \frac{a^2}{a+b}\geq\frac{3a-b}{4}$.

2)- إستنتج أن : $\forall(a,b,c)\in\left(\mathbb{R}^{+*}\right)^3, \frac{a^2}{a+b}+\frac{b^2}{b+c}+\frac{c^2}{c+a}\geq\frac{a+b+c}{2}$.

3)- ليكن n من $\mathbb{N}^*$ و لتكن a_1 و a_2 و . . . و a_n و b_1 و b_2 و . . . و b_n أعدادا حقيقية موجبة قطعا بحيث : $a_1+a_2+\ldots+a_n=b_1+b_2+\ldots+b_n$.

➜ بين أن : $\frac{a_1{}^2}{a_1+b_1}+\frac{a_2{}^2}{a_2+b_2}+\ldots+\frac{a_n{}^2}{a_n+b_n}\geq\frac{a_1+a_2+\ldots+a_n}{2}$.

- التمرين رقم 02:

➜ ليكن x و y من $\mathbb{R}$ ، بين أن :

$(1):|x|+|y|\leq\left(|x+y|+|x-y|\right)$ و $(2):\frac{|x+y|}{1+|x+y|}\leq\frac{|x|}{1+|x|}+\frac{|y|}{1+|y|}$.

- التمرين رقم 03:

➜ حدد العددين a و b من $\mathbb{N}^*$ بحيث : $a<b$ و $\forall(x,y)\in\left([a;b]\right)^2, \frac{1}{x}+\frac{1}{y}\in[a;b]$.

- التمرين رقم 04:

1)- بين أن : $\left(\forall n\in\mathbb{N}^*-\{1\}\right), \frac{1}{2\sqrt{n}}<\sqrt{n}-\sqrt{n-1}<\frac{1}{2\sqrt{n-1}}$.

2)- حدد أصغر عدد صحيح طبيعي n ($n\in\mathbb{N}^*-\{1\}$) يحقق : $\sqrt{n}-\sqrt{n-1}<10^{-2}$.

- التمرين رقم 05:

1)- بين أن : $\left(\forall x\in\mathbb{R}\right), x(1-x)\leq\frac{1}{4}$.

2)- لتكن a و b و c أعدادا حقيقية من المجال $[0;1]$.

➜ بين أن : ($a(1-b)\leq\frac{1}{4}$ أو $b(1-c)\leq\frac{1}{4}$ أو $c(1-a)\leq\frac{1}{4}$) .

- التمرين رقم 06:

1)- بين بالترجع أن : $\left(\forall n\in\mathbb{N}\right),\left(\exists(a_n,b_n)\in\mathbb{N}^2\right)/\begin{cases}\left(1+\sqrt{2}\right)^n=a_n+b_n\sqrt{2}\\ a_n{}^2-2b_n{}^2=(-1)^n\end{cases}$.

2)- إستنتج أن : $\left(\forall n\in\mathbb{N}\right),\left(\exists p\in\mathbb{N}^*\right)/\left(1+\sqrt{2}\right)^n=\sqrt{p}+\sqrt{p-1}$.

- التمرين رقم 07:

نعتبر الحدودية $P(x)=ax^2+bx+c$ ، حيث a و b و c أعدادا حقيقية بحيث $a\in\mathbb{R}^{+*}$ و $b\geq\dfrac{1}{8a}$.

- بـين بفصل حالتين على c أن : $P(\Delta)\geq 0$ ، حيث $\Delta=b^2-4ac$.

- التمرين رقم 08:

ليكن x و y من $\mathbb{R}$.

- بـين أن : $\left|4x^2y-x-y\right|\leq\dfrac{17}{16}\Rightarrow$ ($|y|\leq 1$ و $|x|\leq\dfrac{1}{2}$) .

- التمرين رقم 09:

- بـين بالترجع أن : $(\forall n\in\mathbb{N}),\prod_{k=0}^{n}\left(1+\dfrac{1}{2k+1}\right)^2\geq 2n+3$.

- التمرين رقم 10:

ليكن a و b من $\mathbb{R}$ و ليكن r و s من $\mathbb{R}^{+*}$.

- بـين أن : $]a-r;a+r[\cap]b-s;b+s[\neq\varnothing\Leftrightarrow|a-b|<r+s$.

- التمرين رقم 11:

- حل في $\mathbb{R}$ ما يلي :

$(E_1):3x^2-3x-4\sqrt{x^2-x+3}=6$ و $(E_2):\sqrt{x+7}+\sqrt{2x+3}=4$

$(I_1):\sqrt{x^2+2x}\geq 1-x$ و $(I_2):\sqrt{3-x}>\dfrac{1}{2}+\sqrt{x+1}$.

- التمرين رقم 12:

ليكن n من $\mathbb{N}^*$.

- بـين أن المعادلة $(E):2nx^2-2(n^2+1)x-(n^2+1)=0$ لا تقبل حلا في $\mathbb{Q}$.

- التمرين رقم 13:

المستوى (P) منسوب إلى معلم متعامد و ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

- حدد و أنشيء (Δ) مجموعة النقط $M(x,y)$ من المستوى (P) التي تحقق : $|x|+|y-1|=2$.

- التمرين رقم 14:

لتكن x_1 و x_2 و . . . و x_{n+1} أعدادا حقيقية بحيث $0\leq x_1<x_2<\ldots<x_n<x_{n+1}\leq 1$ ($n\in\mathbb{N}^*$) .

- بـين أنه : $\exists k\in\{1;2;3;\ldots;n\}/\left|x_{k+1}-x_k\right|\leq\dfrac{1}{n}$.

- التمرين رقم 15:

ليكن a و b و c من $\mathbb{R}^{+*}$ بحيث $a<bc$.

1)- بـين أنه يوجد عددين حقيقيين موجبين قطعا a_1 و a_2 بحيث : $a_1<b$ و $a_2<c$ و $a_1a_2=a$.

2)- بـين أنه يمكن إختيار a_1 و a_2 بحيث $\dfrac{a_1}{a_2}=\dfrac{b}{c}$ و أن الزوج (a_1,a_2) في هذه الحالة يكون وحيدا .