ثانوية وادي الذهب — سلسلة تمارين . الحساب المثلثي . — الاولى علوم 2010 / 01 / 29

تمرين I : حل في المجال I المعادلات والمتراجحات التالية .

1) $\sin(\frac{\pi}{3} - x)\sin(\frac{\pi}{3} + x) = \frac{3}{4}$; $I = [-2\pi, 0]$

2) $2\cos^2 x + \sin 2x > 0$; $I = [0, \pi]$

3) $\cos(2x) - 3\cos x + 2 < 0$; $I = [-\pi, \pi]$

تمرين II : 1) أ) بين أن : $\cos(\alpha - \beta)\cdot\cos(\alpha + \beta) = \cos^2\alpha - \sin^2\beta$ / ب) حل في R : $\cos^2(x - \frac{2\pi}{3}) - \sin^2(x - \frac{\pi}{3}) \leq \frac{1}{4}$.

2) أ) بين أن : $\cos^2(a+b) + \sin^2(a-b) = 1 - \sin(2a)\sin(2b)$. / ب) حل في R : $\cos^2(\frac{3x}{2}) + \sin^2(\frac{x}{2}) = 1$

تمرين III : ليكن التعبير :

$$A(x) = \cos x \sin(2x) - \sqrt{3}\sin x \sin 2x - \sin(2x) - \sqrt{3}\cos(2x) + \sqrt{3}$$

1) بين أن $A(x) = 2\sin x(\cos x - 1)(\cos x - \sqrt{3}\sin x)$ $(\forall x \in \mathbb{R})$

2) حل المعادلة $A(x) = 0$ في $[0, \pi]$

3) حل المتراجحة $A(x) > 0$ في $]0, \pi[$

تمرين IV : ليكن $\alpha \neq 2k\pi$ و $k \in \mathbb{Z}$

بين أن $(\forall n \in \mathbb{N}^*)$

$$\sin\alpha + \sin(2\alpha) + \dots + \sin(n\alpha) = \frac{\sin(\frac{n\alpha}{2})\sin(\frac{(n+1)\alpha}{2})}{\sin(\frac{\alpha}{2})}$$

تمرين V : بين أن $\frac{1}{2} + \cos\frac{2\pi}{9} + \cos\frac{4\pi}{9} + \cos\frac{6\pi}{9} + \cos\frac{8\pi}{9} = 0$

تمرين VI : ليكن $h(x) = 2\cos^3 x - \cos x + 2\sin x - 2\sin^3 x$

1) بين أن : $(\forall x \in \mathbb{R})$ $h(x) = \sqrt{2}\cos(2x - \frac{\pi}{4})\cos x$

2) أ) حل في R $h(x) = 0$ ب) حل $h(x) \geq 0$ في R ثم في $]-\pi, \pi]$.

تمرين VII : ليكن ABC مثلث قائم الزاوية .

1) بين أن :

$$\sin(\hat{B} - \hat{C}) = \frac{2\sin\hat{B}\sin\hat{C}}{\sin^2\hat{A}}$$

2) ليكن ABC مثلث متساوي الساقين في A

بين أن

$$\sin\hat{A} = 2\sin\hat{B}\cos\hat{C}$$

و $\frac{\sin^2\hat{A}}{\cos\hat{A}} + \frac{\sin^2\hat{B}}{\cos\hat{B}} = (\sin\hat{A} + \sin\hat{B})\tan(\frac{\hat{A}+\hat{B}}{2})$.

تمرين VIII : لتكن $S_1 = \cos x + \cos(2x) + \cos(3x) \dots + \cos(nx)$ و $(n \in \mathbb{N})$

1) أ) احسب $2S_1\sin(\frac{x}{2})$

ب) استنتج S_1

2) احسب المجموع $S_2 = \cos^2 x + \cos^2(2x) \dots + \cos^2(nx)$.