المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والشباب
المركز الوطني للامتحانات

الامتحان الوطني الموحد لنيل شهادة البكالوريا
دورة يونيو 2004
(الدورة العادية)

مدة الإنجاز :	3 س
المعامل :	7

المادة : الرياضيات
الشعبة : ع. تجريبية - ع. تجريبية أص. - ع. زراعية

(يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير المبرمجة)

C : 1AM5

الموضوع :

التمرين الأول (ثلاث نقط ونصف)

الفضاء (E) منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

لتكن (S) مجموعة النقط $M(x,y,z)$ بحيث : $x^2+y^2+z^2-4y+2z+2=0$

1) بين أن (S) فلكة مركزها $\Omega(0,2,-1)$ وشعاعها $r=\sqrt{3}$. 1

2) أ- تحقق من أن النقطة $A(-1,1,0)$ تنتمي إلى الفلكة (S) . 0,25
ب- اكتب معادلة المستوى (P) المماس للفلكة (S) عند النقطة A . 1

3) أ- تحقق من أن : $x+y+z-2=0$ معادلة ديكارتية للمستوى (Q) المار من النقطة $B(1,3,-2)$ و $\vec{n}(1,1,1)$ متجهة منظمية عليه. 0,5
ب- بين أن (Q) يقطع (S) وفق دائرة محددا مركزها وشعاعها . 0,75

التمرين الثاني (ثلاث نقط ونصف)

نعتبر في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $(E) : z^2-4iz-4(1+i)=0$.

نرمز ب z_1 و z_2 لحلي المعادلة (E) بحيث $\Re e(z_1)>0$

1) بين أن مميز المعادلة (E) هو $\Delta=\left[2\sqrt{2}(1+i)\right]^2$ ثم حدد z_1 و z_2 . 1

2) نضع $a=2i$ و $b=\sqrt{2}(1+i)$ 1
تحقق من أن : $z_1=a+b$ و $z_2=a-b$ و اكتب a و b على الشكل المثلثي .

3) نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$ النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي a و b و z_1
أ- مثل النقط A و B و C و تحقق من أن : $\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$ و أن $OA=OB$. 1
ب- استنتج أن $OBCA$ معين ثم أن : $\arg(z_1)\equiv\frac{3\pi}{8}[2\pi]$. 0,5

التمرين الثالث (ثلاث نقط)

يحتوي كيس على تسع بيدقات لا يمكن التمييز بينها باللمس : بيدقتان بيضاوان تحملان الرقم 1 وثلاث بيدقات حمراء تحمل الأرقام 1،2،2 و أربع بيدقات سوداء تحمل الأرقام 1، 1، 2، 2 .
نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث بيدقات من الكيس.

1) احسب احتمال كل من الأحداث التالية :
A : " البيدقات الثلاث المسحوبة مختلفة الألوان (بيدقة من كل لون) ". 0,75
B : " البيدقات الثلاث المسحوبة تحمل نفس الرقم" . 0,75
C : " من بين البيدقات المسحوبة توجد على الأقل بيدقة واحدة حمراء". 0,75

2) احسب احتمال الحدث : $A\cap B$. 0,75

المملكة المغربية

وزارة التربية الوطنية والشباب

المركز الوطني للامتحانات

الامتحان الوطني الموحد لنيل شهادة البكالوريا

دورة يونيو 2004

(الدورة العادية)

المادة : الرياضيات

الشعبة :ع. تجريبية - ع. تجريبية أص. - ع. زراعية

مدة الإنجاز :	3س
المعامل :	7

C :1nM5

الموضوع :

التمرين الرابع (عشر نقط)

(I) لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $I\!R$ بما يلي : $f(x)=1-\frac{1}{2}x-\frac{2}{e^{x}+1}$

و (C) هو المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) أ- تحقق من أن : $\frac{1}{e^{-x}+1}=1-\frac{1}{e^{x}+1}$ لكل x من $I\!R$. 0,5

ب- استنتج أن f دالة فردية . 0,5

2) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$. 0,5

3) أ- بين أن : $f'(x)=-\frac{1}{2}\left(\frac{e^{x}-1}{e^{x}+1}\right)^{2}$ لكل x من $I\!R$. 1,25

ب- أعط جدول تغيرات الدالة f على $I\!R^{+}$. 0,5

ج- استنتج أن : $1-\frac{2}{e^{x}+1}\leq\frac{1}{2}x$ لكل x من $\mathbb{R}^{+}$. 0,5

4) بين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(1-\frac{1}{2}x)\right]=0$ ثم أول هندسيا هذه النتيجة. 0,5

5) أنشئ في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ المستقيم الذي معادلته $y=1-\frac{1}{2}x$ ثم أنشئ المنحنى (C). 1,5

6) أ- بوضع $t=e^{-x}$ بين أن : $\int_{-1}^{0}\frac{1}{1+e^{x}}dx=\ln\left(\frac{e+1}{2}\right)$. 1,25

ب- احسب مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C)ومحور الأفاصيل و المستقيمين اللذين معادلتاهما على التوالي $x=-1$ و $x=0$. 0,75

(II) لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $u_0=1$ و $u_{n+1}=1-\frac{2}{e^{u_n}+1}$ لكل n من $\mathbb{N}$.

1) بين بالترجع أن : $u_n>0$ لكل n من $\mathbb{N}$. 0,5

2) أ- تحقق ، باستعمال نتيجة السؤال الثالث ج من الجزء الأول، من أن : $u_{n+1}\leq\frac{1}{2}u_n$ لكل n من $\mathbb{N}$. 0,5

ب- استنتج أن المتتالية (u_n) تناقصية. 0,5

3) بين أن : $u_n\leq\left(\frac{1}{2}\right)^{n}$ لكل n من $\mathbb{N}$ ثم احسب $\lim\limits_{n\to\infty}u_n$. 0,75