أولمبياد الرياضيات 2021

الفرض السادس باللغتين العربية والفرنسية

المستوى الدراسي : الجذع المشترك **الشعبة : العلمية**

تاريخ التمرير : الجمعة 26 ابريل 2019 **مدة الإنجاز : ثلاث ساعات**

ملحوظة هامة: يكتب بخط واضح على ورقة التحرير:
- اسم ونسب المترشح(ة) (بالحروف العربية واللاتينية) وتاريخ الميلاد،
- اسم المؤسسة والبلدة والمديرية الإقليمية.

التمرين 1 : نعتبر الأعداد الحقيقية الموجبة قطعاً a وb وc بحيث :

$$(a+c)(b^2+ac)=4a.$$

أوجد القيمة القصوى الممكنة للعدد $b+c$ وحدّد جميع المثلوثات (a,b,c)، التي من أجلها تتحقق هذه القيمة القصوى.

Exercice 1 : On considère les nombres réels strictement positifs a, b et c tels que :

$$(a+c)(b^2+ac)=4a.$$

Trouver la valeur maximale possible du nombre $b+c$ et déterminer tous les triplets (a,b,c), pour lesquels cette valeur maximale est atteinte.

التمرين 2 : لتكن $(\mathcal{C}_1)$ و$(\mathcal{C}_2)$ دائرتين متماستين خارجياً في النقطة T. المستقيمان (Δ_1) و(Δ_2) مماسان مشتركان لِـ $(\mathcal{C}_1)$ و$(\mathcal{C}_2)$ على التوالي في النقطتين E وF. المستقيم (ET) يقطع $(\mathcal{C}_2)$ مرة ثانية في النقطة G.

علماً أن A هي نقطة تقاطع (Δ_1) و(Δ_2)، بيّن أن $(AT)\parallel(GF)$.

Exercice 2 : Soient $(\mathcal{C}_1)$ et $(\mathcal{C}_2)$ deux cercles tangents au point T. Les droites (Δ_1) et (Δ_2) sont les tangentes communes à $(\mathcal{C}_1)$ et $(\mathcal{C}_2)$ respectivement aux points E et F. La droite (ET) coupe $(\mathcal{C}_2)$ une deuxième fois, au point G.

Sachant que A est le point d'intersection de (Δ_1) et (Δ_2), montrer que $(AT)\parallel(GF)$.

التمرين 3 : على مدى 100 يوم سبَح كل واحد من ستة أصدقاء مدة 75 يوماً بالضبط وخلال n يوماً $(n\leq 100)$، سبَح على الأقل خمسة من هؤلاء الأصدقاء.

حدّد أكبر وأصغر قيمة للعدد n.

Exercice 3 : Sur une période de 100 jours, chacun des six amis a nagé exactement 75 jours et pendant n jours $(n\leq 100)$, au moins cinq de ces amis ont nagé.

Déterminer la plus grande et la plus petite valeur du nombre n.