

التمرين 1 (3 نقط)

(1) نعتبر المتتالية الحسابية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ التي تحقق $u_{12} = 28$ و $u_{40} = 1890$

احسب المجموع $S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{50}$

(2) نعتبر المتتالية الهندسية $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ التي جميع حدودها سالبة

والتي تحقق $v_4 = -28$ و $v_6 = -7$

احسب v_5 و المجموع $S = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_8$

التمرين 2 (4 نقط)

(1) لتكن الدالة f المعرفة على المجال $I = [2; 3]$ ب $f(x) = \frac{5x + 2}{x + 3}$

- ادرس تغيرات f على I .

ببين أن $f(I) \subset I$

(2) نعتبر المتتالية المعرفة كالتالي $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{5u_n + 2}{u_n + 3} \end{cases} ; \forall n \in \mathbb{N}$

(ا) بين بالترجع أن $(\forall n \in \mathbb{N} ; 2 \leq u_n < 3)$

(ب) نفترض أن المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ تزايدية

بين أنها متقاربة وحدد نهايتها .

التمرين 3 (3 نقط)

نعتبر النقط : $A(1 + 2i)$ ، $B(3 - 4i)$ ، $C(\frac{1}{2})$ ، $D(2 - i)$

(1) بين أن النقط A ، B و D مستقيمية

(2) حدد لحق I منتصف $[AB]$

(3) حدد لحق K علما أن الرباعي $ACBK$ متوازي أضلاع

(4) احسب المسافة AB .

☺ Bonne chance ☺

تصحيح الفرض الكتابي رقم 3

التمرين الأول

$$(1) (u_n)_{n \in \mathbb{N}} \text{ م.ح مع } u_{12} = 28 \text{ و } u_{40} = 1890$$

لنحدد أساس المتتالية r

$$\text{لدينا } u_n = u_p + (n-p)r \text{ إذن } u_{40} = u_{12} + 28r \text{ ومنه}$$

$$r = \frac{u_{40} - u_{12}}{28} = \frac{1862}{28} = 66.5$$

$$\boxed{r = 66.5} \text{ إذن}$$

$$\text{لنحسب } u_{50} \text{ و } u_0$$

$$\text{لدينا } u_{12} = u_0 + 12r \text{ إذن } u_0 = u_{12} - 12r$$

$$\boxed{u_0 = -770} \text{ أي}$$

$$\boxed{u_{50} = 28 + 50 \cdot 66.5 = 3353} \text{ إذن } u_{50} = u_0 + 50r$$

$$S = \frac{u_0 + u_{50}}{2} \cdot 51 = \frac{-770 + 3353}{2} \cdot 51 = 1291,5 \cdot 51 = 65866,5$$

المجموع هو

$$\boxed{S = 65866,5}$$

$$(2) (v_n)_{n \in \mathbb{N}} \text{ م.ه مع } v_4 = -28 \text{ و } v_6 = -7 \text{ لنحسب } v_5$$

$$\text{لدينا } v_5^2 = v_4 \cdot v_6 \text{ إذن } v_5^2 = (-28) \cdot (-7) = 196 = 14^2$$

$$\text{إذن } \boxed{v_5 = -14} \text{ لأن حدود المتتالية سالبة.}$$

$$\text{لنحسب } v_0 \text{ و } q \text{ أساس } (v_n)_{n \in \mathbb{N}}$$

$$v_0 = \frac{v_5}{q^5} = \frac{-14}{\left(\frac{1}{2}\right)^5} = 2^5 \cdot (-14) = 32 \cdot (-14) = -448 \text{ و } q = \frac{v_6}{v_5} = \frac{-7}{-14} = \frac{1}{2}$$

$$\boxed{q = \frac{1}{2}} \text{ و } \boxed{v_0 = -448}$$

$$s = \frac{1 - q^9}{1 - q} v_0 = \frac{1 - (\frac{1}{2})^9}{\frac{1}{2}} v_0 = 2v_0 (1 - (\frac{1}{2})^9) \quad \text{والمجموع}$$

$$\boxed{s = -894,25} \quad \text{أي } s = 2 \cdot (-448) \cdot (1 - (\frac{1}{2})^9) \quad \text{ومنه}$$

التمرين الثاني

$$\forall x \in I = [2;3]; f(x) = \frac{5x + 2}{x + 3} \quad \text{لدينا (1)}$$

$$\text{إذن } f'(x) = (\frac{5x + 2}{x + 3})' = \frac{13}{(x + 3)^2} > 0 \quad \text{إذن } f \text{ تزايدية على } I$$

$$\text{ومنه } f(I) = [f(2); f(3)] = [\frac{12}{5}; \frac{17}{6}] = [2,4; 2,8] \subset [2;3]$$

$$(2) \quad \forall n \in \mathbb{N}; 2 \leq u_n < 3 \quad \text{ا- لنبين بالترجع أن}$$

$$\text{لدينا } 2 \leq u_0 = 2 < 3 \quad \text{لنفترض أن } 2 \leq u_p < 3 \quad \text{ونبين أن } 2 \leq u_{p+1} < 3$$

$$\text{بما أن } 2 \leq u_p < 3 \quad \text{فان } f(2) \leq f(u_p) < f(3) \quad \text{أي } 2,4 \leq u_{p+1} < 2,8$$

$$\text{إذن } 2 \leq u_{p+1} < 3 \quad \text{ومنه } \forall n \in \mathbb{N}; 2 \leq u_n < 3$$

ب- إذا كانت $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ تزايدية و بما أنها مكبورة ب3 فإنها متقاربة ونهايتها هي

$$\text{حل المعادلة } f(x) = x$$

$$f(x) = x \Leftrightarrow x^2 - 2x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1 - \sqrt{3} \text{ و } x = 1 + \sqrt{3}$$

$$\text{إذن } \boxed{\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1 + \sqrt{3}} \quad \text{(لان } 1 - \sqrt{3} \notin I \text{)}$$

التمرين الثالث

$$(1) \quad \text{لنحسب } \frac{z_D - z_A}{z_B - z_A}$$

$$\frac{z_D - z_A}{z_B - z_A} = \frac{2 - i - 1 - 2i}{3 - 4i - 1 - 2i} = \frac{1 - 3i}{2(1 - 3i)} = \frac{1}{2} \in \mathbb{R}$$

إذن النقط A و B و D مستقيمية.

$$z_I = \frac{1+2i+3-4i}{2} = \frac{4-2i}{2} = 2-i \quad \text{هو } [A; B] \text{ منتصف I}$$

(3) الرباعي ACBK متوازي أضلاع إذا كان $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{KB}$ أي

$$z_C - z_A = z_B - z_K$$

$$z_K = z_B + z_A - z_C = 3 - 4i + 1 + 2i - \frac{1}{2} = \frac{7}{2} - 2i \quad \text{إذن}$$

$$\boxed{z_K = \frac{7}{2} - 2i} \quad \text{أي}$$

(4) المسافة AB هي

$$AB = |z_B - z_A| = |3 - 4i - 1 - 2i| = |2 - 6i| = \sqrt{40}$$

$$\boxed{AB = 2\sqrt{10}} \quad \text{أي}$$