المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي
المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة العادية 2018

-الموضوع-

NS26F

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	2
الشعبة أو المسلك	مسلك العلوم الاقتصادية ومسلك علوم التدبير المحاسباتي (باللغة الفرنسية)	المعامل	4

Instructions au candidat(e)	**تعليمات للمترشح(ة)**
Important : Le candidat est invité à lire et suivre attentivement ces recommandations.	**هام : يتعين على المترشح قراءة هذه التوجيهات بدقة والعمل بها**
Le document que vous avez entre les mains est de 3 pages :la première est réservée aux recommandations, les pages 2 et 3 sont réservées au sujet.	الوثيقة التي بين يديك من 3 صفحات:الأولى منها خاصة بالتوجيهات، والصفحتان 2 و3 للموضوع.
• Il vous est suggéré de répondre aux questions du sujet avec précision et soin ;	• يرجى منك الإجابة عن أسئلة الموضوع بما تستحقه من دقة وعناية؛
• Il vous est autorisé d'utiliser la calculatrice scientifique non programmable ;	• يسمح لك باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة؛
• Vous devez justifier les résultats (Par exemple : lors du calcul des limites , lors du calcul des probabilités , ...);	• ينبغي عليك تعليل النتائج (مثلا : عند حساب النهايات، عند حساب الاحتمالات،...)؛
• Vous pouvez répondre aux exercices selon l'ordre que vous choisissez , mais veuillez numéroter les exercices et les questions tels qu'ils le sont dans le sujet;	• يمكنك الإجابة على التمارين وفق الترتيب الذي تختاره(تختارينه)، لكن يتعين عليك في ترقيم أجوبتك، اعتماد نفس ترقيم التمارين والأسئلة، الوارد في الموضوع؛
• Veillez à la bonne présentation de votre copie et à une écriture lisible;	• ينبغي عليك العمل على حسن تقديم الورقة والكتابة بخط مقروء؛
• Il est souhaitable que les pages soient numérotées pour faciliter la correction;	• يستحسن ترقيم صفحات أوراق التحرير ضمانا لتيسير عملية التصحيح؛
• L'écriture au stylo rouge est à éviter;	• يتعين تجنب الكتابة بقلم أحمر؛
• Assurez-vous que vous avez traité tous les exercices avant de quitter la salle d'examen.	• تحقق(ي) من معالجتك لكل تمارين الموضوع قبل مغادرة قاعة الامتحان.

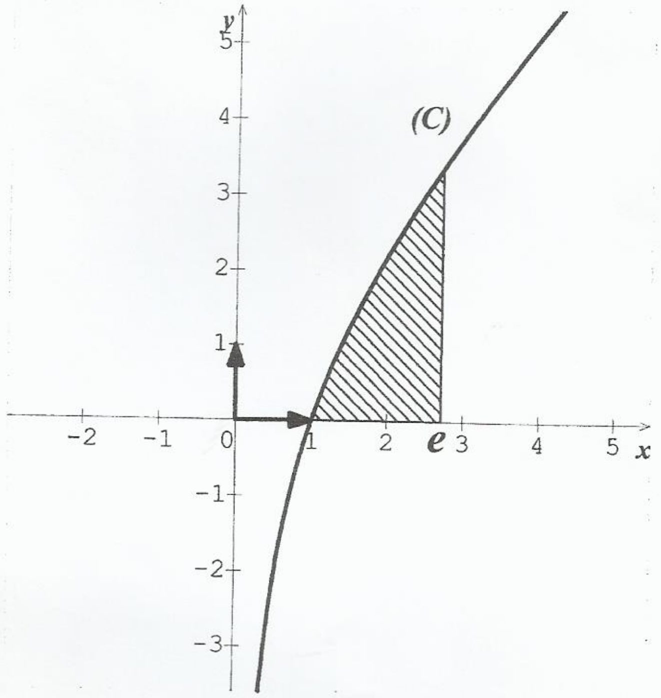
1	1. Calculer $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)$ et donner une interprétation géométrique du résultat.
0.5	2.a. Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$
0.75	2.b. Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x} = 1$
1	2.c. Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(f(x)-x\right)$ et donner une interprétation géométrique du résultat.
0.75	3.a. Montrer que : $\forall x>0,\ f'(x) = 1+\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}$
0.75	3.b. Calculer $f(1)$ puis dresser le tableau de variations de f
0.5	3.c. En déduire le signe de f sur $]0;1]$ et sur $[1;+\infty[$
0.75	3.d. Déterminer l'équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point d'abscisse 1
	4. Dans la figure ci-dessous (C) est la courbe représentative de f dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$
1	4.a. En utilisant une intégration par parties, montrer que : $\int_1^e \ln(x)\,dx = 1$
1	4.b. Montrer que l'aire de la partie hachurée est égale à $\dfrac{1}{2}(e^2-1)\,u.a$ (u.a signifie unité d'air)

Partie II

Soit g la fonction numérique de la variable réelle x définie sur $]0;+\infty[$ par :

$$g(x)=\frac{1}{2}(x-1)(x-1+2\ln x)$$

1	1. Montrer que : $\forall x>0,\ g'(x)=f(x)$
1	2. En utilisant 3.c. de la partie I, montrer que g est décroissante sur $]0;1]$ et croissante sur $[1;+\infty[$
0.5	3.a. Que représente la fonction g pour la fonction f ? (Justifier la réponse).
1	3.b. En déduire ,sans calcul, la valeur de $g(e)-g(1)$ (Justifier la réponse).



Exercice n°1:(4.5pts)

On considère la suite numérique $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par: $u_0 = 3$ et $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 5$ pour tout n de $\mathbb{N}$

0.5 1. Calculer u_1 et u_2

0.5 2.a. Montrer par récurrence que pour tout n de $\mathbb{N}$: $u_n < 15$

0.5 2.b. Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$: $u_{n+1} - u_n = -\frac{1}{3}u_n + 5$

0.25 2.c. Vérifier que pour tout n de $\mathbb{N}$: $-\frac{1}{3}u_n + 5 > 0$

0.5 2.d. En déduire que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est croissante et qu'elle est convergente.

3. On pose pour tout n de $\mathbb{N}$: $v_n = u_n - 15$

0.5 3.a. Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$: $v_{n+1} = \frac{2}{3}v_n$

0.75 3.b. Calculer le premier terme v_0 et montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$: $v_n = (-12)\times\left(\frac{2}{3}\right)^n$

0.5 4.a. Calculer u_n en fonction de n

0.5 4.b. Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

Exercice n°2 :(4pts) (Tous les résultats seront donnés sous forme de fraction)

Un sac contient 8 boules indiscernables au toucher : 3 boules rouges, 3 boules blanches et 2 boules vertes.
On tire simultanément au hasard trois boules du sac.
On considère les événements suivants :
A : « Les trois boules tirées sont blanches »
B : « Les trois boules tirées sont de couleurs différentes deux à deux »
C : « Il n'y a aucune boule blanche parmi les trois boules tirées »

0.5 1.a. Montrer que $p(A) = \frac{1}{56}$

1.5 1.b. Calculer $p(B)$ et $p(C)$

2. Soit X la variable aléatoire qui correspond au nombre de boules blanches tirées.

1.5 2.a. Copier et remplir le tableau ci – contre en justifiant les réponses.

x_i	0	1	2	3
$p(X = x_i)$				

0.5 2.b. Calculer $E(X)$ l'espérance mathématique de la variable aléatoire X

Exercice n°3 :(11.5pts)
Partie I

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie sur $]0;+\infty[$ par :

$$f(x) = x - \frac{1}{x} + \ln x$$

et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$

0.5 | 2.أ. احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

0.75 | 2.ب. بين أن $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}=1$

1 | 2.ج. احسب $\lim_{x\to+\infty} \left(f(x)-x\right)$ ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة.

0.75 | 3.أ. بين أن : $\forall x>0 \ , \ f'(x)=1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}$

0.75 | 3.ب. احسب $f(1)$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f

0.5 | 3.ج. استنتج إشارة الدالة f على $]0;1[$ وعلى $[1;+\infty[$

0.75 | 3.د. حدد معادلة المماس (T) للمنحنى (C) في النقطة ذات الأفصول 1

4. في الشكل أسفله (C) هو التمثيل المبياني للدالة f في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$

1 | 4.أ. باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : $\int_1^e \ln(x)\,dx=1$

1 | 4.ب. بين أن مساحة الحيز المخدش تساوي $\frac{1}{2}(e^2-1)u.a$ ($u.a$ هي وحدة قياس المساحة)

الجزء الثاني:

لتكن g الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $]0;+\infty[$ بما يلي :

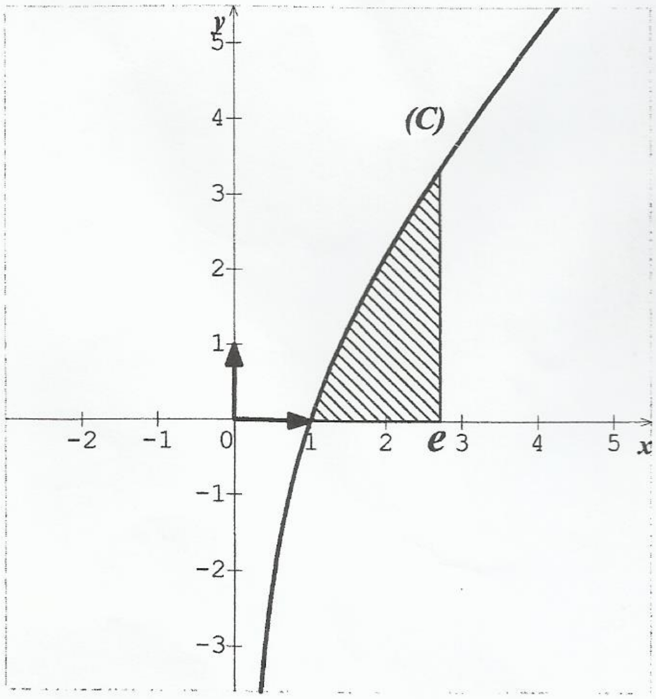
$$g(x)=\frac{1}{2}(x-1)(x-1+2\ln x)$$

1 | 1. بين أن: $\forall x>0 \ , \ g'(x)=f(x)$

1 | 2. باستعمال السؤال 3.ج. من الجزء الأول، بين أن g تناقصية على المجال $]0;1]$ و تزايدية على المجال $[1;+\infty[$

0.5 | 3.أ. ماذا تمثل الدالة g بالنسبة للدالة f ؟ (علل جوابك).

1 | 3.ب. استنتج، وبدون حساب، قيمة العدد : $g(e)-g(1)$ (علل جوابك).



التمرين الأول :(4.5 نقطة)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي: $u_0 = 3$ و $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 5$ لكل n من $\mathbb{N}$

1. احسب u_1 و u_2	0.5
2.أ. بين بالترجع أن لكل n من $\mathbb{N}$: $u_n < 15$	0.5
2.ب . بين أن لكل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1} - u_n = -\frac{1}{3}u_n + 5$	0.5
2.ج . تحقق أن لكل n من $\mathbb{N}$: $-\frac{1}{3}u_n + 5 > 0$	0.25
2.د. استنتج أن $(u_n)_{n\in IN}$ تزايدية وأنها متقاربة.	0.5
3. نضع لكل n من $\mathbb{N}$: $v_n = u_n - 15$	
3.أ. بين أن لكل n من $\mathbb{N}$: $v_{n+1} = \frac{2}{3}v_n$	0.5
3.ب. احسب الحد الأول v_0 ثم بين أن لكل n من $\mathbb{N}$: $v_n = (-12)\times\left(\frac{2}{3}\right)^n$	0.75
4.أ. احسب u_n بدلالة n	0.5
4.ب. احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$	0.5

التمرين الثاني :(4 نقط) (تقدم جميع النتائج على شكل كسر)

يحتوي كيس على 8 كرات غير قابلة للتمييز باللمس: 3 كرات حمراء و3 كرات بيضاء وكرتين لونهما أخضر.
نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من الكيس.
نعتبر الأحداث التالية:
A " الكرات الثلاث المسحوبة بيضاء"
B " الكرات الثلاث المسحوبة مختلفة اللون مثنى مثنى"
C " لا توجد أية كرة بيضاء من بين الكرات الثلاث المسحوبة "

1.أ. بين أن $p(A) = \frac{1}{56}$	0.5
1.ب. احسب $p(B)$ و $p(C)$	1.5
2. ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الكرات البيضاء المسحوبة.	
2.أ. أنقل الجدول جانبه على ورقة تحريرك ثم املأه معللا أجوبتك.	1.5

x_i	0	1	2	3
$p(X=x_i)$				

2.ب . احسب $E(X)$ الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X	0.5

التمرين الثالث :(11.5 نقطة)

الجزء الأول:

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على $]0;+\infty[$ بما يلي : $f(x) = x - \frac{1}{x} + \ln x$

وليكن (C) تمثيلها المبياني في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$

1. احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)$ ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة.	1