

الموضوع

سلم
التنقيط

تمرين رقم 01: نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = \sqrt[3]{x^2 + 2}$.

(1) بين أن f متصلة وقابلة للاشتقاق على \mathbb{R} . 1

(2) أحسب $f'(x)$ لكل x من \mathbb{R} . 1

(3) أحسب $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt[3]{x^2 + 2} - 3}{x - 5}$. 1,5

تمرين رقم 02: نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $[0, 9]$ بما يلي: $f(x) = \sqrt[3]{9 - x} - \sqrt[3]{x}$.

(1) بين أنه يوجد c من $]1, 2[$ بحيث: $\sqrt[3]{9 - c} = \sqrt[3]{c} + c^3 - 1$. 1,5

(2) حل في \mathbb{R} المعادلة: $f(x) = \sqrt[3]{9 - 2x}$. 1

(3) بين أن f تقبل دالة عكسية معرفة على مجال \mathcal{J} ينبغي تحديده. 1

(4) أ- بين أن: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{9 - x} - \sqrt[3]{x} - 1}{x - 1} = -\frac{5}{12}$. 1

ب- استنتج حساب: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^{-1}(x) - 1}{x - 1}$. 1,5

تمرين رقم 03: نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $[1, +\infty[$ بما يلي: $f(x) = 1 - x + 2\sqrt{x - 1}$.

(1) أ- بين أن f غير قابلة للاشتقاق على اليمين في $x_1 = 1$. 1,5

ب- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. 1

(2) أ- بين أن: $\forall x \in]1, +\infty[f'(x) = \frac{2 - x}{\sqrt{x - 1}(1 + \sqrt{x - 1})}$. 1,5

ب- أعط جدول تغيرات الدالة f . 1

(3) ليكن g قصور f على المجال $[2, +\infty[$.

أ- بين أن g تقبل دالة عكسية معرفة على مجال \mathcal{J} يجب تحديده. 1

ب- بين أن: $\forall x \in [2, +\infty[g(x) = 1 - (\sqrt{x - 1} - 1)^2$. 1

ج- حدد $g^{-1}(x)$ لكل x من \mathcal{J} . 1,5

تمرين رقم 04: ليكن x و y و z أعداد حقيقية من المجال $]0, +\infty[$ بحيث $x + y \leq z$ بين:

إذا كان $\frac{1}{x^3} + \frac{1}{y^3} = \frac{1}{z^3}$ فإن: $(x + y - z)^3 + 27xyz = 0$. 2

Établi par: *Abou Mohammed*

