المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتعليم العالي وتكوين الأطر والبحث العلمي قطاع التربية الوطنية أكاديمية الرباط ـسلا ـزمور-زعير نيابة إقليم الخميسات ثانوية ادريس بنزكري التاهيلية تيفلت	**الإمتحان التجريبي في مادة الرياضيات دورة أبريل 2010**	المدة الزمنية : 3 ساعات المعامل : 7 الشعبة : 2 باك ع فزيائية

تمرين 1 — 5 PTS

نعتبر في C الحدوديتين : $Q(z)=z^2-2(1+\sqrt{3})z+5+2\sqrt{3}$

و $P(z)=z^3-(3+2\sqrt{3})z^2+(7+4\sqrt{3})z-(5+2\sqrt{3})$

(1 أ) تحقق أن : لكل من C : $P(z)=(z-1)Q(z)$ — 0.5

ب) حل في C المعادلة $Q(z)=0$ ثم المعادلة $P(z)=0$ — 1

2) المستوى العقدي منسوب الى معلم ممنظم متعامد مباشر (O,i,j)

نعتبر النقط: A و B و C صور الاعداد العقدية $z_A=1$ و $z_B=1+\sqrt{3}-i$ و $z_C=1+\sqrt{3}+i$ على التوالي

أ) أكتب الا عداد العقدية z_B-z_A و z_C-z_A و $\frac{z_c-z_A}{z_B-z_A}$ على الشكل المثلثي — 1.5

ب) استنتج طبيعة المثلث ABC — 0.75

ج) نعتبر النقطة Ω صورة العدد $1+\frac{2\sqrt{3}}{3}$. بين أن Ω هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC — 0.75

د) حدد (E) مجموعة النقط M(z) من المستوى العقدي بحيث: $\left|\frac{z_C-z}{z_B-z}\right|=1$ — 0.5

تمرين 2 — 5 PTS

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي: $\begin{cases} u_0=2 \\ u_{n+1}=\dfrac{u_n^2}{2u_n-1}\ ; \quad n\in IN \end{cases}$

1) بين بالترجع أن : $u_n\succ 1 \quad \forall n\in IN$ — 1

2) نعتبر المتتاليتين (v_n) و (w_n) المعرفتين بما يلي : $\forall n\in IN$ $\begin{cases} v_n=\dfrac{u_n-1}{u_n} \\ w_n=\ln(v_n) \end{cases}$

أ – بين أن (w_n) متتالية هندسية أساسها $q=2$. — 1

ب – حدد w_n ثم v_n بدلالة n . — 1

ج – إستنتج أن : $u_n=\dfrac{1}{1-\left(\dfrac{1}{2}\right)^{2^n}} \quad \forall n\in IN$ و أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$. — 1

3) نضع : $P_n=v_0\times v_1\times\dots\dots\dots\times v_{n-1}$

أحسب $\ln(P_n)$ بدلالة n ثم إستنتج أن : $P_n=\dfrac{1}{2^{2^n-1}} \quad \forall n\in IN$ — 1

تمرين3 **10 PTS**

الجزء الأول

نعتبر الدالتين g و h المعرفتين بما يلي :

$$\forall x \in]0,+\infty[, g(x) = \ln(1+\frac{1}{x}) - \frac{1}{x+1}$$

$$\forall x \in]-\infty, 0] , h(x) = e^{x}(2-x) - 2$$

(1 أ- أحسب $g'(x)$ لكل x من المجال $]0,+\infty[$ ثم ادرس منحى تغيرات الدالة g. **0.5**

ب- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ واستنتج أن $g(x) \succ 0$ لكل x من المجال $]0,+\infty[$. **0.5**

(2 أ- أدرس تغيرات h علي المجال $]-\infty,0[$. **0.5**

ب-أحسب: $h(0)$ ثم استنتج أن ؛ $\forall \in]-\infty,0[, h(x) \prec 0$. **0.5**

الجزء الثاني

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = x\ln(1+\frac{1}{x}) , x \succ 0 \\ f(0) = 0 \\ f(x) = \frac{x^2}{e^x - 1} , \ x \prec 0 \end{cases}$$

وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم.

(1 أ- بين أن f متصلة في $x_0 = 0$ **0.5**

(2 أدرس قابلية اشتقاق f في $x_0 = 0$ علي اليمين و علي اليسار ثم أول هندسيا النتيجتين المحصل عليهما **1**

(3 أ-بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 1$ وأن $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ **0.5**

ب- أدرس الفرعين اللانهائيين للمنحنى (C) **0.75**

(4 أ-بين أن
$$\begin{cases} f'(x) = g(x) \quad , \quad x \succ 0 \\ f'(x) = \frac{xh(x)}{(e^x - 1)^2} , \ x \prec 0 \end{cases}$$
1

ب- اعط جدول تغيرات الدالة f **0.5**

(5 حدد معادلة المماس للمنحنى (C) في النقطة ذات الأفصول $x_1 = \frac{1}{e-1}$ **0.5**

(6- أنشئ المنحنى (C) **1**

الجزء الثالث

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} 0 \prec u_0 \le \frac{1}{e-1} \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$$

(1 بين بالترجع أن ؛ $0 \prec u_n \prec \frac{1}{e-1}$ لكل n من $\mathbb{N}$. **0.75**

(2 بين أن (u_n) تزايدية **0.75**

استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم احسب نهايتها. **0.7٥**