الأكاديمية الجهوية للتربية و التكوين جهة الرباط سلا زمور زعير	الامتحان التجريبي الموحد	الصفحة	1
	دورة ماي 2011		2
	مادة الرياضيات www.riyadiyat.net	مدة الانجاز	3 ساعات
نيابة : الخميسات	شعبة العلوم التجريبية بمسلكيها	المعامل	7

التنقيط

معلومات هامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة.
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان في الترتيب الذي يناسبه.
- يؤخذ بعين الاعتبار طريقة تنظيم ورقة التحرير و الدقة في الأجوبة.
- يتكون موضوع الامتحان من ثلاثة تمارين مستقلة و مسألة.
- كل رمز من الرموز المستعملة،مرتبط بالتمرين المستعمل فيه.
- بالنسبة للمسألة ، ln يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري.

التمرين الأول: (3ن)

(ن1) 1)- أ- حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة: $(E): z^2-2z+2=0$.

(ن0.5) ب- أكتب حلي المعادلة (E) على الشكل المثلثي.

2)- المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد ممنظم و مباشر $\left(O,\vec{e_1},\vec{e_2}\right)$.

نعتبر النقطتين A و B اللتين لحقاهما على التوالي هما: $a=1-i$ و $b=1+i$ ،
و ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران R الذي مركز O و زاويته $\frac{\pi}{2}$.

(ن0.5) أ- بين أن : $z'=iz$

(ن0.5) ب- تحقق من أن $R(A)=B$

(ن0.5) ج- استنتج طبيعة المثلث OAB

التمرين الثاني: (3ن)

نعتبر التكامل : $I_m=\int_0^1 ln(x+m)dx$ حيث $m\in\mathbb{R}_+^*$.

(ن1) 1)- أحسب بدلالة m التكامل : $J=\int_0^1 \frac{x}{x+m}dx$. (لاحظ أن $\forall x\geq 0, \frac{x}{x+m}=1-\frac{m}{x+m}$)

(ن1) 2)- باستعمال مكاملة بالأجزاء،بين أن : $I_m=(1+m)ln(1+m)-m\,ln\,m-1$.

(ن1) 3)- استنتج قيمة التكامل : $K=\int_0^1 ln\left(\frac{x+1}{x+2}\right)dx$.

التمرين الثالث: (2ن)

نعتبر المعادلة التفاضلية التالية: $(E): y''-4y'+4y=0$

(ن1) 1)- حدد الحل العام للمعادلة التفاضلية (E).

(ن1) 2)- حدد الحل الخاص f للمعادلة التفاضلية (E) الذي يحقق الشرطين التاليين :

$$\begin{cases} f(0)=1 \\ f'(0)=2 \end{cases}$$

الأكاديمية الجهوية للتربية و التكوين جهة الرباط سلا زمور زعير	الامتحان التجريبي الموحد	الصفحة	2
	دورة ماي 2011		2
	مادة الرياضيات www.riyadiyat.net	مدة الانجاز	3 ساعات
نيابة : الخميسات	شعبة العلوم التجريبية بمسلكيها	المعامل	7

التنقيط

مسألة:(12ن)

I)- لتكن g و h الدالتين العدديتين المعرفتين على المجال $]0,+\infty[$ بما يلي:

$g(x)=x-1-\ln x$ و $h(x)=x-1-2\ln x$.

(0.5ن) 1)-أ- أدرس تغيرات الدالة g على المجال $]0,+\infty[$.

(0.5ن) ب- استنتج أن : $g(x)\geq 0$ لكل x من المجال $]0,+\infty[$.

(0.5ن) 2)-أ- أدرس تغيرات الدالة h على المجال $]0,+\infty[$.

(0.5ن) ب- بين أن المعادلة $h(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α يحقق $3<\alpha<4$.

(0.5ن) ج- استنتج أن h موجبة على كل من $]0,1[$ و $]\alpha,+\infty[$ و سالبة على $]1,\alpha[$.

(0.5ن) د- تحقق من أن $\ln\alpha=\frac{\alpha-1}{2}$.

II)- لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بما يلي:

$$f(x)=\begin{cases}x^2-2x\ln x, x>0\\ f(0)=0\end{cases}$$

و ليكن (C_f) منحناها في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

(0.5ن) 1)- أ- بين أن الدالة f متصلة في الصفر على اليمين.

(0.5ن) ب- بين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.

(0.75ن) 2)- أدرس قابلية اشتقاق الدالة f في 0 على اليمين ثم أول هذه النتيجة هندسيا.

(1ن) 3)- أ- بين أن $f'(x)=2g(x)$ لكل x من المجال $]0,+\infty[$.

(0.5ن) ب- استنتج أن الدالة f تزايدية على المجال $]0,+\infty[$.

(0.5ن) ج- استنتج أن النقطة $I(1,1)$ نقطة انعطاف للمنحنى (C_f).

4)- ليكن (Δ) المستقيم الذي معادلته $y=x$.

(0.75ن) أ- تحقق من أن $f(x)-x=xh(x)$ ، $\forall x\in]0,+\infty[$، ثم حل المعادلة $f(x)=x$.

(0.5ن) ب- أدرس الوضع النسبي ل (C_f) و (Δ).(يمكن استعمال السؤال I- 2)- ج).

(0.5ن) 5)- أ- بين أن المنحنى (C_f) يقبل فرعا شلجميا اتجاهه محور الأراتيب بجوار $+\infty$.

(1.5ن) ب-أرسم المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

III)- نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي: $u_0=\frac{1}{2}$ و $\forall n\in\mathbb{N}, u_{n+1}=f(u_n)$

(0.75ن) 1)- بين بالترجع أن: $\forall n\in\mathbb{N}, 0<u_n<1$. (يمكن استعمال السؤال II- 3)- ب).

(0.5ن) 2)- بين أن المتتالية (u_n) تزايدية.(يمكن استعمال السؤال II- 4)- ب).

(0.75ن) 3)- استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ، ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n$.

(نأخذ $\ln 2\approx 0.7$ و $\ln 3\approx 1.1$)