ثانوية موسى بن نصير نيابة الخميسات	فرض محروس رقم 03 الدورة الأولى : 2011/2010	الأولى بكالوريا علوم رياضية ن : عبدالله بن لختير مدة الإنجاز : ساعتان

- **التمرين رقم 01**: $(03pts)$

لتكن $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ و $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المتتاليتين المعرفتين بما يلي :

$$\begin{cases} u_0=1\ ;\ u_1=2 \\ (\forall n\in\mathbb{N});u_{n+2}=\dfrac{u_n+u_{n+1}}{2} \end{cases}$$ و $(\forall n\in\mathbb{N});v_n=u_{n+1}-u_n$.

و لكل n من $\mathbb{N}^*$ ، نضع : $S_n=v_0+v_1+...+v_{n-1}$.

1)- بين أن $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية هندسية محددا أساسها و عبر عن v_n بدلالة n .

2)- أحسب بطريقتين مختلفتين المجموع S_n، ثم إستنتج تعبير u_n بدلالة n لكل n من $\mathbb{N}^*$.

- **التمرين رقم 02**: $(08pts)$

نعتبر المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي :

$$u_0=-1$$ و $(\forall n\in\mathbb{N});u_{n+1}=\dfrac{4+u_n}{5-u_n}$.

1)- أحسب الحدين u_1 و u_2 .

2)- بين بالترجع أن : $(\forall n\in\mathbb{N});-1\le u_n<2$.

3)- بين أن : $(\forall n\in\mathbb{N});u_{n+1}-u_n=\dfrac{(u_n-2)^2}{5-u_n}$ ، ثم إستنتج رتابة $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

⇦ لتكن $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المتتالية المعرفة بما يلي :

$$(\forall n\in\mathbb{N});v_n=\frac{1+u_n}{2-u_n}$$.

4)- بين أن $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية حسابية أساسها $r=1$ و أحسب حدها الأول .

5)- عبر عن الحدين v_n و u_n بدلالة n لكل n من $\mathbb{N}$.

⇦ لتكن $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المتتالية المعرفة بما يلي :

$$w_0=1$$ و $(\forall n\in\mathbb{N});w_{n+1}=\left(u_n+\dfrac{5}{n+1}\right)w_n$.

و لكل n من $\mathbb{N}$ ، نضع : $X_n=\dfrac{w_n}{n+1}$ و $S_n=w_0+w_1+...+w_n$.

6)- بين أن $(X_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية هندسية ، ثم عبر عن w_n بدلالة n لكل n من $\mathbb{N}$.

7)- بين أن : $(\forall n\in\mathbb{N}),S_n=(n+1)X_{n+1}-\sum_{k=0}^{n}X_k$ ، ثم عبر عن S_n بدلالة n لكل n من $\mathbb{N}$.

- **التمرين رقم 03**: $(02pts)$

لتكن A و B و C و D أربع نقط مختلفة مثنى مثنى في المستوى (P) .

النقطة G هي مركز ثقل المثلث BCD و I و J هما على التوالي منتصفي $[AG]$ و $[DC]$ و K هي مرجح النظمة المتزنة : $\{(A,3);(B,1)\}$.

⇦ أنشيء الشكل بالدقة اللازمة ، ثم بين أن النقط I و J و K مستقيمية .

- **التمرين رقم 04**: $(03pts)$

ليكن ABCD متوازي الأضلاع مركزه O .

و نعتبر النقطتين : $G = bar\{(A,2);(B,1)\}$ و $H = bar\{(C,2);(D,1)\}$.

1)- بين أن المستقيمات (AC) و (BD) و (GH) متلاقية .

2)- النقطة E هي مرجح النظمة المتزنة $\{(G,3);(D,1)\}$ ، بين أن E هي منتصف $[AO]$.

- **التمرين رقم 05**: $(04pts)$

ليكن ABCD متوازي الأضلاع مركزه O .

النقطة I هي منتصف $[AB]$ و J المعرفة بما يلي : $\overrightarrow{BJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

1)- حدد زوج إحداثيتي كل من $\overrightarrow{BD}$ و $\overrightarrow{IJ}$ في الأساس $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD})$.

2)- أحسب $\det(\overrightarrow{BD},\overrightarrow{IJ})$ ، ثم إستنتج أن (BD) و (IJ) يتقاطعان في نقطة G .

3)- أثبت أن G مرجح للنقطتين I و J متزنتين بوزنين ينبغي تحديدهما ، ثم أحسب زوج إحداثيتي النقطة G في المعلم $(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD})$.

⇦ تمارين إضافية :

- **التمرين رقم 01**:

⇦ حدد الصيغة الصريحة لمتتالية عددية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ تحقق ما يلي :

$u_1 = 3$ و $\forall (n,m)\in\mathbb{N}\times\mathbb{N};\left(n \geq m \Rightarrow u_{n+m} + u_{n-m} = (n-m+1) + \frac{u_{2n}+u_{2m}}{2}\right)$.

- **التمرين رقم 02**:

ليكن ABC مثلثا في المستوى (P) .

و لكل k من $\mathbb{R}$ ، نعتبر النظمة : $S_k = \{(A,2k-11);(B,4k-10);(C,6k+9)\}$.

⇦ ما الشرط الذي ينبغي أن يحققه العدد الحقيقي k لكي تقبل النظمة S_k مرجحا G_k ، ثم حدد المحل الهندسي (Δ) لمجموعة النقط G_k عندما يتغير k على $\mathbb{R}$ محققا الشرط المطلوب .