ثانوية ابي شعيب الدكالي سلاالجديدة	فرض محروس رقم: 2 – د :II بتاريخ: 8-04-2016	المستوى: الثانية علوم فيزيائية الأستاذ: م. ادير

التمرين الأول : (9 نقط)

$\frac{1}{2}$

A-نعتبر u الدالة المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $u(x)=x-3+\ln x$

1- تحقق أن u تزايدية قطعا على $]0,+\infty[$.

2- بين أن المعادلة $u(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α محصور بين 2 و 3.

3- استنتج اشارة $u(x)$.

B-لتكن f الدالة المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $f(x)=(1-\frac{1}{x})(\ln x-2)+2$

و ليكن (C_f) منحنى f في معلم متعامد ممنظم .

1- احسب $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$.

2- أ- بين أن : $\forall x\in]0,+\infty[: f'(x)=\frac{u(x)}{x^2}$

ب – استنتج منحى تغيرات الدالة f على المجال .

C-لتكن (C') المنحنى ذي المعادلة $y=\ln x$.

1- بين ان : $\forall x\in]0,+\infty[: f(x)-\ln x=\frac{2-\ln(x)}{x}$ و استنتج أن (C_f) و (C') لهما نقطة واحدة مشتركة يتم تحديد إحداثيتها .

2- احسب التكامل $I=\int_1^{e^2}\frac{2-\ln x}{x}dx$ و أول هندسيا هذه النتيجة .

التمرين الثاني: (7 نقط)

لتكن f دالة معرفة و قابلة للاشتقاق على $[0,1]$ بحيث: $f(0)=0$ و $\forall x\in[0,1]: f'(x)=\frac{1}{1+x^2}$

نريد تحديد f

1- حدد منحى تغيرات الدالة f على $[0,1]$.

2- لتكن g الدالة المعرفة على المجال $\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$ بما يلي : $g(x)=f(\tan x)$

أ- تحقق أن g قابلة للاشتقاق على $\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$ و أن $g'(x)=1$ لكل x من $\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$.

ب-بين أن : $\forall x\in\left[0,\frac{\pi}{4}\right]: g(x)=x$ و استنتج أن : $f(1)=\frac{\pi}{4}$.

3- بين أن : $\forall x\in[0,1]: 0\le f(x)\le\frac{\pi}{4}$

4- لتكن $(I_n)_n$ المتتالية المعرفة ب : $I_0=\int_0^1 f(t)dt$ و $\forall n\in\mathbb{N}^*: I_n=\int_0^1 t^n f(t)dt$

أ- بين باستعمال مكاملة بالأجزاء أن : $I_0=\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}\ln 2$

ب-بين أن : $\forall n\in\mathbb{N}^*: I_n\geq 0$

ت-بين أن : $\forall n\in\mathbb{N}^*: I_n\leq\frac{\pi}{4(n+1)}$

ث-استنتج نهاية المتتالية $(I_n)_n$.

التمرين الثالث ☹ (4 نقط)

لتكن y دالة عددية قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ بحيث y لا تنعدم و تحقق المعادلة التفاضلية:

$$(E): y'=2y^2-3y$$

نضع : $z=\frac{1}{y}$

1- بين أن z تحقق المعادلة التفاضلية: $(E'): z'=3z-2$

2- حل المعادلة (E') :

3- استنتج حلول المعادلة التفاضلية (E) .

التمرين الإضافي ☹ (2 نقط)

لكل $z\in\mathbb{C}-\{-1\}$ نعتبر : $f(z)=\frac{iz^2}{z+1}$

1- ليكن z عدد عقدي معياره 1 وعمدته θ بحيث $0<\theta<\pi$.

بين أن : $f(z)=\frac{1}{2\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)}\left(\cos(\frac{3\theta+\pi}{2})+i\sin(\frac{3\theta+\pi}{2})\right)$

2- ليكن $z_0=\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}$. بين أن : $\left(f(z_0)\right)^4=\frac{-i}{\left(2+\sqrt{2}\right)^2}$

المدة الزمنية : ساعتان

بالتوفيق