

**Durée : 03h**• التمرين الأول: (نقطتان و نصف )تتكن  $f$  الدالة المعرفة كما يلي :

$$. a \in \mathbb{R}^* \text{ حيث ، } \begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{(x-1)^2 + (x-1)^4}}{x-1} ; x < 1 \\ f(x) = \frac{\sin a(x-1)}{x^2 + x - 2} ; x > 1 \end{cases}$$

(1)- أحسب نهايتي  $f$  في النقطة  $x_0 = 1$  على اليمين و على اليسار .(2)- حد  $a$  قيمة لكي تقبل  $f$  تمديدا بالاتصال في  $x_0 = 1$  .• التمرين الثاني: (نقطتان و نصف )نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $f(x) = 2x^3 - 5x^2 - 3$  .(1)- ضع جدول تغيرات  $f$  .(2)- بين أن المعادلة :  $f(x) = 0$  (E) تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  في  $\mathbb{R}$  .(3)- تحقق من أن :  $\frac{5}{2} < \alpha < 3$  .• التمرين الثالث: (04 نقط ) (السؤالان 1- و 2- غير مرتبطين)

(1)- قطع راجل مسافة 6 كيلومترات في ظرف ساعة واحدة .

بين أنه يوجد مجال زمني سعته نصف ساعة قطع الراجل خلاله بالضبط المسافة 3 كيلومتر .

(2)- لتكن  $f$  دالة موجبة و متصلة على  $\mathbb{R}^+$  ، بحيث :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$  .بين أن  $f$  تقبل قيمة قصوى مطلقة على  $\mathbb{R}^+$  ، بمعنى أنه :يوجد عدل حقيقي موجب  $c$  بحيث :  $f(x) \leq f(c)$  ;  $(\forall x \in \mathbb{R}^+)$  .

• التمرين الرابع: (نقطتان و نصف)

تتكن  $f$  الدالة المعرفة على المجال  $I = [-1; +\infty[$  كما يلي :  $f(x) = (1 + x^3)^2$  .

(1)- بين أن  $f$  تقابل من المجال  $I$  نحو مجال  $J$  ينبغي تحديده .

(2)- أحسب  $f^{-1}(x)$  مهما يكن  $x$  من  $J$  .

• التمرين الخامس: (03 نقط و نصف)

تتكن  $f$  الدالة المعرفة على المجال  $I = ]-\frac{\sqrt{3}}{3}; \frac{\sqrt{3}}{3}[$  كما يلي :  $f(x) = \frac{x^3 - 3x}{3x^2 - 1}$  .

(1)- بين أن  $f$  تقابل من المجال  $I$  نحو مجال  $J$  ينبغي تحديده .

(2)- أحسب  $f^{-1}(x)$  مهما يكن  $x$  من  $J$  .

(يمكنك استعمال الصيغة المثلثية :  $\tan(3\alpha) = \frac{\tan^3 \alpha - 3 \tan \alpha}{3 \tan^2 \alpha - 1}$ )

• التمرين السادس: (05 نقط)

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :

$$f(x) = (\sqrt{1+x^2} + x) \operatorname{Arc tan}(\sqrt{1+x^2} - x)$$

(1)- أحسب النهايتين :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  .

(2)- بين أن  $f$  متصلة على  $\mathbb{R}$  (يمكنك كتابة  $f$  على شكل مركب دالتين متصلتين) .

(3)- بوضع :  $t = \operatorname{Arc tan}(x)$  ، بين أن :  $f(x) = \frac{\pi - 2t}{4 \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{t}{2}\right)}$  .

• ملحوظة: تخصص نقطتان إضافيتان لحسن التنظيم و جودة التحرير و الدقة في الأجوبة .

[abouzakariya@yahoo.fr](mailto:abouzakariya@yahoo.fr)

[www.besmaths.un.ma](http://www.besmaths.un.ma)