م.م. المعارف الخاصة نيابة سلا	فرض محروس رقم 4 مدة الانجاز 4 ساعات	الثانية باك علوم رياضية ذ: يونس دلال

التمرين رقم1 (4.5ن)

نعتبر في $\mathbb{C}$ المعادلة (E_1): $P(z)=0$ حيث $P(z)=2z^3+(5-7i)z^2-(5+11i)z-6$

1) بين أن المعادلة (E_1) تقبل حلا تخيليا صرفا z_0 يتم تحديده. (1ن)

2) حدد الاعداد a و b و c التي تحقق $P(z)=(z-z_0)(az^2+bz+c)$. (1ن)

3) أ- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E_1). (1ن)

ب- اعط الكتابة الأسية لحلول المعادلة (E_1). (1.5ن)

التمرين رقم2 (3.5ن)

نعتبر في $\mathbb{C}$ المعادلة التالية $(E_2): 2z^2+3\bar{z}^2=5+i$

1) بين أن $z^2+\bar{z}^2=2$ و أن $z^2-\bar{z}^2=-2i$. (1ن)

2) أ- استنتج الشكل المثلثي للعدد العقدي z^2. (1ن)

ب- استنتج قيم للعدد العقدي حل للمعادلة (E_2). (1ن)

3) نضع $n\in\mathbb{N}^*$; $S_n=((\bar{z}^2)^n+(-z^2)^n)$ حيث z حل للمعادلة (E_2)

أ- بين أن $\forall n\in\mathbb{N}^*:\quad S_n=2^{\frac{n}{2}}\cos\left(\frac{n\pi}{4}\right)\left(\cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)+i\sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)\right)$ (1ن)

ب- بين أن S_{2p} عدد حقيقي و أن S_{2p+1} عدد تخيلي صرف. (0.5ن)

التمرين رقم3 (4ن)

ليكن $m\in\mathbb{C}-\{i,-i\}$ نعتبر المعادلة $(E_3): z^2-(1+m)(1+i)z+i(m^2+1)=0$

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E_3). (1ن)

2) نعتبر في المستوى العقدي المنسوب الى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقط $A(z_1)$ و $M(m)$ و $B(z_2)$ حيث $z_1=m+i$ و $z_2=1+im$.

نفترض أن $m=e^{i\theta}$ حيث $\theta\in\left]\frac{\pi}{2};\pi\right[$

أ) حدد الشكل المثلثي لكل z_1 و z_2. (1.5ن)

ب) بين أن $\frac{z_2}{z_1}\in\mathbb{R}\Leftrightarrow|m|=1$ (1ن)

ج) حدد مجموعة النقط $M(m)$ التي تكون من أجلها النقط O و A و B مستقيمية (0.5ن)