ثانوية ابن خلدون فاس — ثانيةك رياضيا

فـــرض محروس أول — 2 س

21 – 11 – 2011

تمرين1:

1. ا احسب $f'(x)$ لكل x من $D_{f'}$ في كل حالة مما يلي:

1. $f(x) = Arc\tan(x) - \sqrt[3]{x^2} + x$ — 0.75

2. $f(x) = \frac{x+1}{x-1}\sqrt[3]{\arctan(x) - x^3}$ ليس مطلوبا تحديد $D_{f'}$ — 1.25

تمرين 2 : نعتبرالمتتاليتين المعرفتين بما يلي

$$\forall n \in IN^* \; v_n = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{n}}, \; \forall n \in IN \; u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$$

1. بين ان $\forall n \geq 1 \quad 0 \leq u_n \leq \frac{1}{2\sqrt{n}}$ واستنتج أن (u_n) متقاربة وحدد نهايتها — 1

2 بين ان $(v_n)_{n\geq 1}$ تزايدية قطعا وغيرمكبورة وادرس تقاربها — 2

تمرين 3 :

1. ا بين أن: $\forall x \in]0,+\infty[\quad 0 \prec Arc\tan(x) \prec x$ — 1

ب مستعملا فردية الدالة $Arc\tan$ بين أن — 0.5

$$\forall x \in]-\infty, 0[\quad x \prec Arc\tan(x) \prec 0$$

ج بين أن المعادلة $Arc\tan(x) = x$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$ ينبغي تحديده — 0.5

2. نعتبر المتتاليتين المعرفتين بما يلي: $u_0 = 2011$ و $v_0 = -2011$ و

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} = Arc\tan(u_n) \text{ و } v_{n+1} = Arc\tan(v_n)$$

ا بين أن $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad -\frac{\pi}{2} \prec v_n \prec 0 \prec u_n \prec \frac{\pi}{2}$ — 1

ب بين أن (u_n) تناقصية قطعا وان (v_n) تزايدية قطعا — 0.5

ج بين أن المتتاليتين السابقتين متقاربتين وان α نهاية مشتركة لهما — 1

د استنتج أن المتتاليتين (u_n) و (v_n) متحاذيتان — 0.25

تمرين 4 : نعتبر الدالة f ذات المنحنى (C) في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد وممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ والمعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي

$$\begin{cases} f(x) = Arctan\left(\sqrt{3}\,\frac{\sqrt[3]{x^2}-1}{x^2-1}\right) & , \; x \neq 1 \text{ و } x \neq -1 \\ f(1) = f(-1) = \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

1. بين أن دالة زوجية — 0.5

2. ادرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C) بجوار $+\infty$ — 1

3. بين أن الدالة f متصلة على $\mathbb{R}$ — 1.5

4. ا بين أن $\lim_{x \to 0^+} \frac{f(x) - \frac{\pi}{3}}{x} = -\infty$ وأول هذه النتيجة مبيانيا — 1

ب ادرس قابلية اشتقاق f في العدد 1 وأول مبيانيا النتائج المحصلة — 1.25

5. بين أن f قابلة للاشتقاق على كل من المجالين $]0,1[$ و $]1,+\infty[$ وان — 2

$$\forall x \in]0,1[\cup]1,+\infty[\quad f'(x) = -\frac{2\sqrt{3}\left(2\sqrt[3]{x^2}^3 - 3\sqrt[3]{x^2}^2 + 1\right)}{3\sqrt[3]{x}\left[(x^2-1)^2 + \left(\sqrt[3]{x^2}-1\right)^2\right]}$$

6. معللا جوابك ضع جدول تغيرات الدالة f — 0.5

7. ليكن g قصور f على $]0,+\infty[$ بين أن g تقابل من المجال $]0,+\infty[$ نحو مجال J ينبغي تحديده — 0.5

8. حدد g^{-1} التقابل العكسي ل g — 1.5

9. ارسم في المعلم السابق (C) و منحنى g^{-1} — 0.5