تمرين 01

لتكن f الدالة المعرفة ب : $f(x)=x-\sqrt[3]{x^2-x}$.

1)- تحقق أن: $D_f=]-\infty,0]\cup[1,+\infty[$.

2)- أدرس قابلية اشتقاق الدالة f في 1 على اليمين و في 0 على اليسار ثم أول النتيجتين هندسيا.

تمرين 02

لتكن f الدالة المعرفة بما يلي: $f(x)=\sqrt[3]{x}$.

1) حدد التقريب التآلفي للعدد $f(1+h)$ بجوار 0

2) استنتج قيمة مقربة للعددين $\sqrt[3]{0.998}$ و $\sqrt[3]{1.002}$

تمرين 03

لتكن f الدالة العددية المعرفة على $I=[-1,+\infty[$ بما يلي: $f(x)=\sqrt[3]{1+x}$.

1)- بين أن الدالة f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على مجال J ينبغي تحديده.

2)- أحسب $f(0)$ ثم بين أن الدالة f^{-1} قابلة للاشتقاق في النقطة 1 ثم احسب $(f^{-1})'(1)$.

3)-أ- حدد $f^{-1}(x)$ لكل x من J

ب- أحسب $(f^{-1})'(x)$ بطريقتين مختلفتين.

تمرين 04

f دالة عددية معرفة بما يلي $f(x)=x-3\sqrt[3]{x-1}$

1)- حدد D_f ثم احسب النهايات عند محدات D_f

2)-أ- أدرس قابلية اشتقاق f في 1 على اليمين.

ب- أعط تأويلا هندسيا لهذه النتيجة .

3)- أ- أحسب $f'(x)$ لكل x من $D_f-\{1\}$

ب- ادرس تغيرات الدالة f .

ج- بين أن $\forall a\in[1,+\infty[,(a+2)^3\geq 27a$

4)- أحسب $\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$ و $\lim_{x\to+\infty}f(x)$.

▪ توظيف العدد المشتق لحساب نهاية

تمرين 05

أحسب النهايات التالية:

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^n-1}{x-1}\qquad \lim_{x\to\frac{\pi}{3}}\frac{2\cos x-1}{x-\frac{\pi}{3}}$$

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{6}}\left(\frac{2\sin x-1}{x-\frac{\pi}{6}}\right)\qquad \lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\left(\frac{2\cos x-\sqrt{2}}{2\sin x-\sqrt{2}}\right)$$

▪ الدوال الأصلية

تمرين 06

حدد الدوال الأصلية ل f على المجال I في الحالات:

$I=\mathbb{R},\ f(x)=3x^4-3x^2+x-1$

$I=]-\infty,-1[,\ f(x)=\frac{x}{(x^2-1)}$

$I=]1,+\infty[,\ f(x)=x^2(x^3-1)^{\frac{2}{3}}$

$I=[2,+\infty[,\ f(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$

$I=]0,+\infty[,\ f(x)=x^2+x\sqrt[3]{x^2+1}$

$I=]-\infty,+\infty[,\ f(x)=\cos x\sin^4 x$

تمرين 07

f دالة عددية معرفة بما يلي: $f(x)=x\sqrt{x-1}$

1)- تحقق من أن $D_f=[1,+\infty[$

2)- بين أن $\forall x\in D_f, f(x)=\sqrt{(x-1)^3}+\sqrt{x-1}$

3)- استنتج الدالة الأصلية F للدالة f على المجال $[1,+\infty[$ التي تحقق $F(1)=2$

تمرين 08

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي:

$$f(x)=\begin{cases}2x+1, x\leq 1\\ -x+4, x>1\end{cases}$$.

1)- بين أن الدالة f تقبل دوال أصلية على $\mathbb{R}$.

2)- حدد الدوال الأصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

3)- حدد الدالة الأصلية G للدالة f على $\mathbb{R}$ التي تحقق $G(0)=0$.

تمرين 09

لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $[0,\pi]$ بما يلي: $f(x)=x\cos x-\sin x$.

1)- أحسب $f'(x)$ لكل x من $[0,\pi]$.

2)-أ- استنتج الدوال الأصلية للدالة g المعرفة على المجال $[0,\pi]$ بما يلي: $g(x)=x\sin x-\cos x$

ب- حدد الدوال الأصلية للدالة g على المجال $[0,\pi]$

ب- استنتج الدالة الأصلية G للدالة g على المجال $[0,\pi]$ التي تحقق الشرط البدئي $G(\pi)=0$.