تمرين01

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي:

$u_0=2$ و $\forall n\in\mathbb{N}, u_{n+1}=\dfrac{5u_n-1}{u_n+3}$.

نضع: $\forall n\in\mathbb{N}, v_n=\dfrac{1}{u_n-1}$.

1)- أحسب u_1 و v_0.

2)- بين بالترجع أن $\forall n\in\mathbb{N}, u_n>1$.

3)-برهن أن المتتالية (v_n) حسابية محددا أساسها.

4)-حدد v_n ثم u_n بدلالة n.

تمرين02

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي:

$u_0=1$ و $\forall n\in\mathbb{N}, u_{n+1}=\dfrac{u_n+2}{u_n}$.

نضع: $\forall n\in\mathbb{N}, v_n=\dfrac{u_n-2}{u_n+1}$.

1)- بين أن المتتالية (v_n) هندسية محددا أساسها وحدها الأول.

2)- حدد v_n ثم u_n بدلالة n.

تمرين03

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي:

$u_0=2$ و $\forall n\in\mathbb{N}, u_{n+1}=\sqrt{\dfrac{1}{2}u_n^2+1}$.

1)- أحسب u_1 و u_2.

2)- لتكن (v_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي:

$\forall n\in\mathbb{N}, v_n=u_n^2-2$.

أ- بين أن (v_n) هندسية محددا أساسها وحدها الأول.

ب- استنتج u_n بدلالة n لكل n من $\mathbb{N}$.

تمرين04

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي:

$u_0\in]-1,0[$ و $\forall n\in\mathbb{N}, u_{n+1}=\dfrac{u_n}{\sqrt{2+u_n}}$.

1)- بين أن $\forall n\in\mathbb{N}, -1<u_n<0$.

2)- بين أن $\forall n\in\mathbb{N}, u_{n+1}\geq\dfrac{u_n}{\sqrt{2+u_0}}$.

3)- استنتج أن $\forall n\in\mathbb{N}, u_n\geq\dfrac{u_0}{\left(\sqrt{2+u_0}\right)^n}$.

تمرين05

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0=2$ والعلاقة $\forall n\in\mathbb{N}, u_{n+1}=\dfrac{1}{2}\left(u_n+\dfrac{2}{u_n}\right)$.

1)-أ- أحسب : u_1 و u_2.

ب- بين أن : $\forall n\in\mathbb{N}, u_n\geq\sqrt{2}$.

2)-أ-بين أن المتتالية (u_n) تناقصية قطعا.

ب-استنتج أن $\forall n\in\mathbb{N}, u_n\leq 2$.

3)-أ- أثبت المتساوية التالية:

$\forall n\in IN, u_{n+1}-\sqrt{2}=\dfrac{1}{2}\left(1-\dfrac{\sqrt{2}}{u_n}\right)\left(u_n-\sqrt{2}\right)$.

ب-استنتج المتفاوتات التالية:

$\forall n\in\mathbb{N}, 0\leq u_{n+1}-\sqrt{2}\leq\dfrac{1}{2}\left(u_n-\sqrt{2}\right)$.

$\forall n\in\mathbb{N}, 0\leq u_n-\sqrt{2}\leq\dfrac{1}{2^n}\left(u_0-\sqrt{2}\right)$

تمرين06

لتكن المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0=1$ والعلاقة: $\forall n\in\mathbb{N}, u_{n+1}=\dfrac{u_n}{2+u_n^2}$.

1) - بين أن : $\forall n\in\mathbb{N}, u_n>0$

2) - أ - أثبت أن : $\forall n\in\mathbb{N}, \dfrac{u_n}{u_{n+1}}>1$.

ب - استنتج رتابة المتتالية (u_n).

3) - أ – بين أن $\forall n\in\mathbb{N}, u_{n+1}<\dfrac{1}{2}u_n$.

ب – أثبت أن : $\forall n\in\mathbb{N}, u_n<\dfrac{1}{2^n}$.

تمرين07

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي:

$u_0=1$ و $u_{n+1}=\dfrac{u_n^3}{1+3u_n^2}$.

1) - بين أن المتتالية (u_n) تناقصية.

2)-أ- بين أن $u_{n+1}\leq\dfrac{1}{3}u_n$ ، لكل n من $\mathbb{N}$.

ب- استنتج أن $u_n\leq\left(\dfrac{1}{3}\right)^n$ ، لكل n من $\mathbb{N}$.