سلم التنقيط	2علوم رياضية ا يناير 2010-01-04 **فرض محروس 4** ثانوية ابن خلدون فاس

تمرين اول

1. احسب $f'(x)$ في كل حالة مما يلي

2.5

أ. $f(x)=\dfrac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}$ ب. $f(x)=x^x$ ج. $f(x)=xe^{\frac{2x}{x^2-1}}$ د. $f(x)=(\ln x)^x$.

2. احسب النهايات التالية

1.5

أ. $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{2x}-x$ ب. $(n\in IN^*)$ $\lim\limits_{x\to+\infty}(1+x)^{\frac{1}{x^n}}$ ج. $(n\in IN^*)$ $\lim\limits_{x\to-\infty} Arc\tan\left(\dfrac{x^{2n}+1}{x^n}e^x\right)$.

مسالة

جزء1

نعتبر الدالة g المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي $g(x)=\dfrac{x}{1+x}-\ln(1+x)$.

1.5 1. ادرس تغيرات الدالة g .

0.5 2. استنتج اشارة g .

جزء2

نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي $f(x)=\begin{cases}(1+x)^{\frac{1}{x}}, & x>0\\ f(0)=e\\ e^{-x}\ln(1+e^x), & x<0\end{cases}$

وليكن (C) منحناها في المستوى المنسوب الى معلم متعامد وممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1.25 1. بين ان $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=1$ وان $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ واول النتيجتين مبيانا.

0.75 2. ادرس اتصال f في العدد 0 .

1.5 3. ا. بين ان $\forall x\in\left[0,\dfrac{2}{3}\right]$ $x-\dfrac{x^2}{2}\le\ln(1+x)\le x-\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{x^3}{3}$.

1.5 ب. استنتج ان f قابلة للاشتقاق على اليمين في 0 وان $f'_d(0)=-\dfrac{e}{2}$.

0.5 ت. اول مبيانيا النتيجة السابقة.

2 4. بين ان f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}^*$ وان

$$f'(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x^2}\left(\dfrac{x}{1+x}-\ln(1+x)\right)e^{\frac{\ln(1+x)}{x}}, & x>0\\ \left(\dfrac{e^x}{1+e^x}-\ln(1+e^x)\right)e^{-x}, & x<0\end{cases}$$

1 5. ادرس تغيرات الدالة f وضع جدول تغيراتها.

1.5 6. ارسم (C) خذ $\|\vec{i}\|=2cm$.

جزء3 لكل عدد صحيح طبيعي غير منعدم n نعتبر الدالة h_n المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي $\forall x\succ 0$ $h_n(x)=e^{-n\frac{\ln(1+x)}{x}}$.

1.5 1. اكتب h_n بدلالة f واستنتج خاصيات h_n (الاتصال والاشتقاق والتغيرات).

1.5 2. لكل a من المجال $\left]0,\dfrac{2}{3}\right]$ نعتبر المتتالية المعرفة ب $u_n=\sum\limits_{k=0}^{n}h_k(a)$ بين ان هده المتتالية متقاربة وحدد نهايتها بدلالة a .

1 للتنظيم