تصحيح الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2010
الدورة الاستدراكية
ع-ت

التمرين الأول :(3ن) لدينا $A(0,-2,0)$ $\quad B(1.1;-4)$ $\quad C(0.1;-4)$

و معادلة (S) هي $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z-11=0$

1) مركز الفلكة هو $\Omega(a=1;b=2;c=3)$ إذن $\boxed{\Omega(1,2,3)}$

شعاعها هو $r=\sqrt{1+4+9+11}=\sqrt{25}=5$ إذن $\boxed{r=5}$

2) أ- لدينا $\overrightarrow{AB}(1;3;-4)$ $\quad \overrightarrow{AC}(0;3;-4)$

لدينا
$$\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=\begin{vmatrix}\vec{i} & 1 & 0\\ \vec{j} & 3 & 3\\ \vec{k} & -4 & -4\end{vmatrix}=0\vec{i}+4\vec{j}+3\vec{k}=4\vec{j}+3\vec{k}$$

إذن $\boxed{\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AB}=4\vec{j}+3\vec{k}}$

نستنتج أن معادلة (ABC) هي $4y+3z+d=0$

(لأن $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$ منظميةعلى (ABC))

و بما أن $A\in(ABC)$ فإن $-8+d=0$ أي $d=8$

و منه $\boxed{(ABC): 4y+3z+8=0}$

ب - لدينا $\Omega(1,2,3)$ إذن $d(\Omega;(ABC))=\dfrac{|4.2+3.3+8|}{\sqrt{16+9}}=\dfrac{25}{\sqrt{25}}=\dfrac{25}{5}=5$

إذن $\boxed{d(\Omega;(ABC))=5}$

نلاحظ أن $d(\Omega;(ABC))=r$

إذن $\boxed{(ABC)\ \text{مماس للفلكة}\ (S)}$

3) أ- (Δ) المستقيم المار من Ω و العمودي على (ABC)

إذن $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$ موجهة ل (Δ) و $\Omega\in(\Delta)$

إذن تمثيل بارا متري ل (Δ) هـو :

$$(\Delta):\begin{cases} x = 1 \\ y = 2+4t \\ z = 3+3t \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$$

ب- لنحدد H تقاطع (Δ) مع (ABC)

$$H\in(\Delta)\cap(ABC) \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2+4t \\ z=3+3t \\ 4y+3z+8=0 \end{cases} \Leftrightarrow 4(2+4t)+3(3+3t)+8=0$$

$$\Leftrightarrow 8+16t+9+9t+8=0 \Leftrightarrow 25t+25=0$$

$$\Leftrightarrow t=-1$$

و منه $\boxed{H(+1;-2;0)}$

ج- $H\in(S)$ (لأن إحداثياتها تحقق معادلة الفلكة (S))

إذن $H\in(ABC)\cap(S)$ و بالتالي **H هي نقطة التماس**

التمرين الثاني : (3ن)

1) لدينا $z^2-8\sqrt{3}z+64=0$

المميز المختصر هو $\Delta'=48-64=-16=(4i)^2$

إذن $z_2=4\sqrt{3}+4i$ و $z_1=4\sqrt{3}-4i$

إذن $\boxed{S=\{4\sqrt{3}-4i\,;4\sqrt{3}+4i\}}$

2) لدينا $A(8i)$ $B(4\sqrt{3}-4i)$ $C(2(4\sqrt{3}+4i))$

$M(z)$ و $M'(z')$ بحيث $M'=R(M)$ و R هو الدوران

الذي مركزه O و زاويته $\frac{4\pi}{3}$.

ا- لدينا

$$M'=R(M)\Leftrightarrow z'=e^{i\frac{4\pi}{3}}z \Leftrightarrow z'=(\cos\frac{4\pi}{3}+i\sin\frac{4\pi}{3})z \Leftrightarrow z'=(-\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2})z$$

إذن $\boxed{z'=(-\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2})z}$

ب- $b=(-\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2})a$ اي $(-\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2})8i=-4i-4\sqrt{3}i^2=4\sqrt{3}-4i$

إذن $\boxed{B = R(A)}$

ج- $\dfrac{a-b}{c-d} = \dfrac{8i - 4\sqrt{3} + 4i}{8\sqrt{3} + 8i - 4\sqrt{3} + 4i} = \dfrac{12i - 4\sqrt{3}}{12i + 4\sqrt{3}} = \dfrac{3i - \sqrt{3}}{3i + \sqrt{3}} = \dfrac{(3i - \sqrt{3})^2}{-12} = \dfrac{-6 - 6\sqrt{3}i}{-12} = \dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}i$

إذن $\boxed{\dfrac{a-b}{c-d} = \dfrac{1}{2} + i\dfrac{\sqrt{3}}{2}}$

و منه $\dfrac{a-b}{c-d} = \cos\dfrac{\pi}{3} + \sin\dfrac{\pi}{3} = \left[1; \dfrac{\pi}{3}\right]$

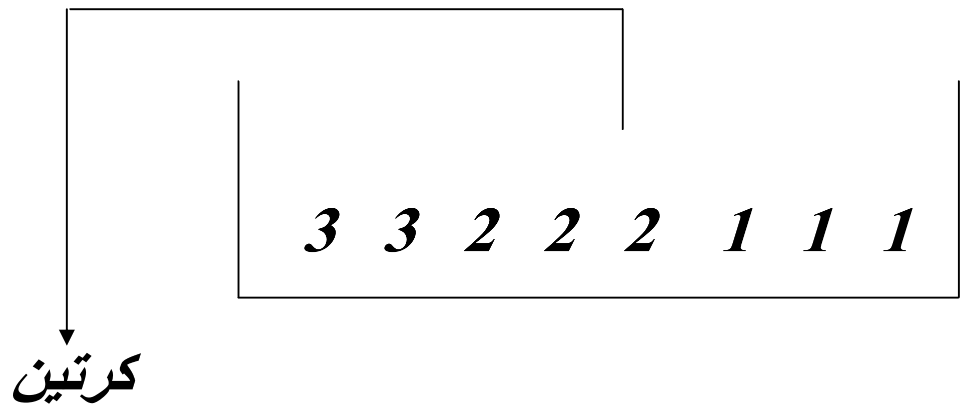
إذن $\boxed{\dfrac{a-b}{c-d} = \left[1; \dfrac{\pi}{3}\right]}$

د- لدينا $\left|\dfrac{a-b}{c-d}\right| = 1 \Rightarrow |a-b| = |c-d| \Rightarrow AB = BC$

و بما أن $\left(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}\right) \equiv \dfrac{\pi}{3}$ فان المثلث **ABC متساوي الأضلاع.**

التمرين الثالث : (3ن)

س.ت.د.ا



1) نعتبر الحدثين

A"الحصول على كرتين تحملان الرقم 2"

B " الحصول على كرتين إحداهما على الأقل تحمل الرقم 3"

$\boxed{p(A) = \dfrac{A_3^2}{A_8^2} = \dfrac{6}{56} = \dfrac{3}{28}}$ و $\boxed{p(B) = \dfrac{2A_2^1A_6^1 + A_2^2}{A_8^2} = \dfrac{24+2}{56} = \dfrac{13}{28}}$

2) X 'عدد الكرات التي تحمل رقما فرديا'

ا- لدينا $\boxed{X(\Omega) = \{0,1,2\}}$

ب- $\boxed{p(X = 1) = \dfrac{2A_5^1A_3^1}{A_8^2} = \dfrac{30}{56} = \dfrac{15}{28}}$

ج- $p(X=0)=p(A)=\frac{3}{28}$

$$p(X=2)=\frac{A_5^2}{A_8^2}=\frac{20}{56}=\frac{10}{28}=\frac{5}{14}$$

قانون احتمال X هو:

xi	0	1	2
p(xi)	3/28	15/28	10/28

التمرين الرابع: (3ن)

نعتبر المتتالية $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{3u_n}{21+u_n} \end{cases} ; n \in \mathbb{N}$

1) لنبين بالترجع أن $u_n > 0$ **لكل n من** $\mathbb{N}$

بالنسبة ل $n=0$ $u_0 = 1 > 0$

نفترض أن $u_p \succ 0$ **إذن** $u_{p+1} = \frac{3u_p > 0}{21+u_p > 0} \succ 0$

و منه $\boxed{u_n > 0 \text{ لكل } n \text{ من } \mathbb{N}}$.

2) لنبين أن $u_{n+1} < \frac{1}{7}u_n$ **لكل n من** $\mathbb{N}$

$u_{n+1} - \frac{1}{7}u_n = \frac{-u_n^2}{7(21+u_n)} < 0$ **إذن** $\boxed{u_{n+1} < \frac{1}{7}u_n \text{ لكل } n \text{ من } \mathbb{N}}$.

3) لدينا $u_{n+1} - u_n = \frac{-u_n^2 - 18u_n}{(21+u_n)} < 0$

إذن $u_{n+1} < u_n$ **لكل n من** $\mathbb{N}$

و منه $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ **تناقصية**.

و بما أن $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ موجبة (مصغورة ب 0) فإنها متقاربة.

4) ا- لدينا $u_n > 0$ و $u_{n+1} < \frac{1}{7}u_n$ لكل n من $\mathbb{N}$

إذن
$$\begin{cases} 0 < u_1 < \frac{1}{7}u_0 \\ 0 < u_2 < \frac{1}{7}u_1 \\ 0 < u_3 < \frac{1}{7}u_2 \\ . \\ . \\ . \\ 0 < u_n < \frac{1}{7}u_{n-1} \end{cases}$$
بضرب طرف بطرف نحصل على

$0 < u_n < \left(\frac{1}{7}\right)^n u_0$ أي $0 < u_n < \left(\frac{1}{7}\right)^n$ لان $u_0 = 1$.

ب- بما أن $\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{7}\right)^n = 0$ فان $\boxed{\lim_{n\to+\infty} u_n = 0}$.

التمرين الخامس: (8ن)

I- $\forall x \in]0.+\infty[;\ g(x) = x^3 - x - 2\ln(x) + 3$

1) أ- لدينا $\forall x \in]0.+\infty[$

$$(x-1)(3x^2+3x+2) = 3x^3 - x - 2$$

ب- $\forall x > 0\ g'(x) = 3x^2 - 1 - \frac{2}{x} = \frac{3x^3 - x - 2}{x}$

$$= \frac{(x-1)(3x^2+3x+2)}{x}$$

2) أ- $\forall x > 0; \frac{3x^2+3x+2}{x} = 3x + 3 + \frac{2}{x} > 0$

ب- $g'(x) = (x-1)(\frac{3x^2+3x+2}{x}) > 0$

إذن إشارة $g'(x)$ هي إشارة $x-1$

3) أ- بما أن إشارة $g'(x)$ هي إشارة $x-1$

فإن g تناقصية على $]0.1]$ و تزايدية على $[1;+\infty[$.

ب- بما أن $g(1)=3>0$ فإن $\forall x>0 \quad g(x)>0$.

II- 1) $$\forall x>0,\ f(x)=x-1+\frac{x-1+\ln(x)}{x^2}$$

$\forall x>0,$

$$f'(x)=1+\frac{(1+\frac{1}{x})x^2-2x(x-1+\ln x)}{x^4}$$

$$=\frac{x^4+x^2+x-2x^2+2x-2x\ln x}{x^4}$$

$$=\frac{x^3-x+3-2\ln x}{x^3}=\frac{g(x)}{x^3}$$

وبما أن $g(x)>0$ فإن $f'(x)>0$ إذن f تزايدية قطعا على $]0;+\infty[$.

2) ا- لدينا $$\lim_{x\to 0^+} f(x)=\lim_{x\to 0^+} x-1+\frac{x-1+\ln x}{x^2}=-\infty$$

إذن ζ_f يقبل محور الأراتيب كمقارب .

ب- $$\lim_{x\to +\infty}\frac{x-1+\ln x}{x^2}=\lim_{x\to +\infty}\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}+\frac{\ln x}{x^2}=0$$

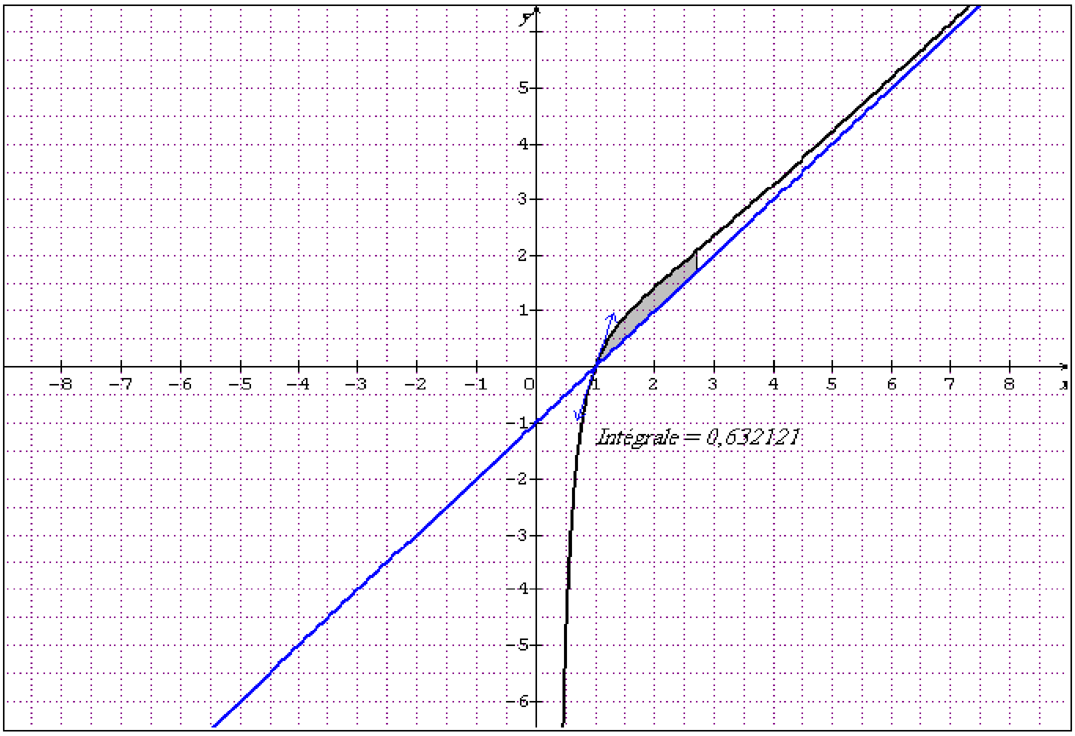
و منه $$\lim_{x\to +\infty} f(x)=\lim_{x\to +\infty} x-1+\frac{x-1+\ln x}{x^2}=+\infty$$

ج- $$\lim_{x\to +\infty} f(x)-(x-1)=\lim_{x\to +\infty}\frac{x-1+\ln x}{x^2}=0$$

إذن $(\Delta): y=x-1$ مقارب مائل ل ζ_f بجوار $+\infty$

3) لدينا $f'(1)=0$ و $f(1)=0$ إذن معادلة المماس في النقطة التي أفصولها 1 هي $\boxed{y=3(x-1)}$.

4)



5) ا- نضع $u'(x)=\frac{1}{x^2}$ و $v(x)=\ln x$

إذن $u(x)=-\frac{1}{x}$ و $v'(x)=\frac{1}{x}$

إذن $\int_1^e \frac{\ln x}{x^2}dx=\left[-\frac{1}{x}\ln x\right]_1^e+\int_1^e \frac{1}{x^2}dx=-\frac{1}{e}+\left[-\frac{1}{x}\right]_1^e=1-\frac{2}{e}$

أي $\boxed{\int_1^e \frac{\ln x}{x^2}dx=1-\frac{2}{e}}$

ب- $A(\Delta)=\int_1^e f(x)-(x-1)dx=\int_1^e\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}+\frac{\ln x}{x^2}\right)dx=\left[\ln x+\frac{1}{x}\right]_1^e+1-\frac{2}{e}=(1-\frac{1}{e})cm^2$

إذن $\boxed{A(\Delta)=(1-\frac{1}{e})cm^2}$.

mathyoussef@yahoo.fr