



المادة :	الرياضيات	المعامل :	7
الشعب او المسلك :	شعبة العلوم التجريبية بمسلكها ع.ف و ع.ح.أ .	مدة الاجازة :	3

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة الغير مبرمجة

التمرين الأول

نعتبر المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = \frac{1}{e^3} \\ u_{n+1} = \sqrt{\frac{u_n}{e}}, \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

1. بين ان $\forall n \in \mathbb{N} : 0 < u_n < \frac{1}{e}$. 0,5
2. بين ان المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ تزايدية ثم استنتج انها متقاربة. 0,5
3. نعتبر المتتالية $(v_n)_{n \geq 0}$ المعرفة بما يلي $\forall n \in \mathbb{N} : v_n = \ln(u_n) + 1$
 - أ - بين ان $(v_n)_{n \geq 0}$ متتالية هندسية محدداساسها q. 0,5
 - ب - اكتب v_n ثم u_n بدلالة n. 0,75
 - ج - احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$. 0,25
4. نضع $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ و $P_n = u_0 \times u_1 \times \dots \times u_n$
 - أ - اكتب S_n بدلالة n. 0,5
 - ب - استنتج P_n بدلالة n ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} P_n$. 0,75

التمرين الثاني

1. حل في C المعادلة التالية : $(E) z^2 - 4z + 8 = 0$ 0,5
2. نعتبر في C الاعداد العقدية : $z_1 = 2 + 2i$ و $z_2 = 2 - 2i$
 - أ - حدد الشكل المثلثي لـ : z_1 و z_2 ثم $z_1 \times z_2$ و $\frac{z_1}{z_2}$. 1
3. في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم (O, \vec{u}, \vec{v}) نعتبر النقط A و B و C الحاقها على التوالي : z_1 و z_2 و $z_3 = -2\sqrt{2}$
 - أ - احسب المسافتين BC و AC ثم استنتج طبيعة المثلث ABC. 0,5
 - ب - احسب قياسا للزاوية $(\widehat{OA, OB})$ ثم استنتج طبيعة المثلث OAB. 0,5
 - أ - اعط الكتابة العقدية للتحاكي h الذي مركزه O ونسبته $k = -2\sqrt{2}$. 0,5
 - ب - حدد لحقي A' و B' صورتي A و B على التوالي بالتحاكي h. 0,5
 - ج - حدد طبيعة المثلث OA'B'. 0,5

التمرين الثالث

نعتبر التكاملين : $I = \int_0^{\ln 2} \frac{e^{2x}}{e^x + 1} dx$ و $J = \int_0^{\ln 2} e^x \ln(e^x + 1) dx$

1. أ- تحقق أن $\forall x \in \mathbb{R} : \frac{e^{2x}}{e^x + 1} = e^x - 1 + \frac{1}{e^x + 1}$ 0,5

ب- بين أن الدالة $x \rightarrow \ln\left(\frac{e^x}{e^x + 1}\right)$ هي دالة أصلية للدالة $x \rightarrow \frac{1}{e^x + 1}$ 0,5

ج- احسب I. 0,5

2. باستعمال المكاملة بالأجزاء احسب J. 1

المسألة

I) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} : f(x) = x + e^{-x}$

(C_f) التمثيل المبياني ل f في معلم متعامد منظم (O, \vec{i}, \vec{j}) ($\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1cm$)

1. أ- احسب $f'(x)$ وأعط جدول تغيرات f واستنتج ان $\forall x \in \mathbb{R} : f(x) \geq 1$ 1,25

ب- بين أن المستقيم $(\Delta) : y = x$ مقارب ل (C_f) بجوار $+\infty$, وادرس الفرع اللانهائي بجوار $-\infty$. 0,5

ج- انشئ (C_f) . 0,5

2. أ- باستعمال المكاملة بالأجزاء احسب التكامل : $\int_0^{\ln 2} x e^{-x} dx$ 0,5

ب- احسب حجم الجسم المولد بدوران منحنى قصور f على المجال $[0, \ln 2]$ حول محور الافاصيل دورة كاملة. 0,75

II) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R} : g(x) = \ln(x + e^{-x}) = \ln(f(x))$ و (C_g) التمثيل المبياني ل g

في المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1. بين ان $g'(x) = \frac{1 - e^{-x}}{f(x)}$ واعط جدول تغيرات g . 1,25

2. أ- تحقق ان $\forall x \in \mathbb{R} : g(x) = -x + \ln(1 + x e^x)$ 0,5

ب- استنتج ان المستقيم $y = -x$ مقارب ل (C_g) بجوار $-\infty$. 0,5

3. أ- تحقق ان $\forall x \in]0, +\infty[: g(x) = \ln x + \ln\left(1 + \frac{e^{-x}}{x}\right)$ 0,5

ب- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x}$ واعط تأويلا هندسيا ثم انشئ (C_g) في نفس المعلم. 1,25

4. ليكن h قصور g على $]-\infty, 0]$.

أ- بين ان h تقبل دالة عكسية h^{-1} وحدد حيز تعريف h^{-1} . 0,75

ب- احسب النهاية $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{h^{-1}(x)}{x}$ واعط تأويلا هندسيا للنتيجة. (غير مطلوب حساب $(h^{-1}(x))$) 0,75

ج- انشئ التمثيل المبياني ل h^{-1} في نفس المعلم.. 0,75