ثانوية موسى بن نصير نيابة الخميسات	فرض محروس رقم 01 الدورة الأولى 2016/2015	2 بكالوريا علوم رياضية مدة الإنجاز : ثلاث ساعات ذ : عبدالله بن لختير

❖ تمرين رقم 01: (1,5 نقطة)

⇦ نعتبر الدالة : $f : x \mapsto \dfrac{1}{2\left(1-\sqrt{x}\right)} - \dfrac{1}{3\left(1-\sqrt[3]{x}\right)}$.

▪ حدد D_f ، ثم بين أن f تقبل تمديدا بالإتصال g في $x_0 = 1$ (ينبغي تحديده) . 1,5

❖ تمرين رقم 02: (03 نقط)

⇦ لتكن f الدالة المعرفة على $I = \left[0, \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right[$ بما يلي : $f(x) = \tan\left(\pi\sqrt{1-x^2}\right)$.

1)- أحسب $\lim\limits_{x \to \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^-} f(x)$ و بين أن f متصلة على I . 1

2)- بين أن f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على مجال J ينبغي تحديده . 1

3)- أحسب $f^{-1}(x)$ لكل x من J . 1

❖ تمرين رقم 03: (9 نقط)

⇦ لتكن f الدالة المعرفة على $I = \left]-\infty ; 1\right]$ بما يلي :

$$f(x) = \frac{-1+\sqrt{1-x}}{x} ; x \neq 0 \text{ و } f(0) = -\frac{1}{2} .$$

1)- أ- بين أن f متصلة على المجال I . 1

ب- بين أن f تقابل من I نحو مجال J ينبغي تحديده . 1,5

ج- أحسب $f^{-1}(x)$ لكل x من J . 1

د- لكل x من I نضع : $h(x) = \left[2f(x)+1\right]^3$.

▪ بين أن h تقابل من I نحو مجال H ينبغي تحديده و حدد التقابل العكسي h^{-1} . 1,5

2)- بين أن المعادلة : $(E) : f(x) = \dfrac{1}{2}x - 1$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $\left]0;1\right[$. 1

3)- لتكن G الدالة المعرفة على $K = \left[-\dfrac{\pi}{2} ; \dfrac{\pi}{4}\right]$ بما يلي :

$$\left(\forall x \in \left]-\frac{\pi}{2} ; \frac{\pi}{4}\right]\right) ; G(x) = f(\tan x) \text{ و } G\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 0 .$$

أ- بين أن G متصلة على القطعة K . 1,25

ب- بين أن G تقابل من K نحو مجال L ينبغي تحديده . 1

ج- أحسب $G^{-1}(x)$ لكل x من L . 0,75

❖ تمرين رقم 04: (6,5 نقطة)

1)- لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$$f(x)=2x^3-11x^2+20x-14 .$$

أ- ضع جدول تغيرات f (مبرزا نهايتيها عند كل من $+\infty$ و $-\infty$) . 1

ب- بين أن المعادلة : $(E_1): f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$ و أن $\frac{5}{2}<\alpha<3$. 1,25

ج- ضع جدولا تحدد فيه إشارة الدالة f على $\mathbb{R}$. 0,5

2)- نعتبر الدالة العددية F المعرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بما يلي :

$$F(x)=x^2-3x+\frac{2}{x-2} .$$

أ- ضع جدول تغيرات F (مبرزا نهاياتها عند محدات $\mathbb{R}-\{2\}$) . 1,5

ب- بين أن : $F(\alpha)=\dfrac{\frac{1}{2}\alpha^2-4\alpha+9}{\alpha-2}$ ، ثم إستنتج أن $F(\alpha)>0$. 1

ج- أثبت أن المعادلة $(E_2): F(x)=0$ تقبل حلا وحيدا β في $\mathbb{R}$ و أن $-1<\beta<0$. 1,25

➢ **تمارين إضافية :**

❖ تمرين رقم 01:

⇦ لكل n من $\mathbb{N}$ نضع : $u_n=\sum_{k=1}^{2^n}\frac{1}{k}$.

✓ بين أن : $(\forall n\in\mathbb{N});u_n\geq\frac{n}{2}$ ، ثم إستنتج نهاية المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$. 1pt

❖ تمرين رقم 02:

⇦ لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^+-\{1\}$ بما يلي :

$f(x)=\dfrac{1}{m\left(1-\sqrt[m]{x}\right)}-\dfrac{1}{n\left(1-\sqrt[n]{x}\right)}$ ، حيث $(m,n)\in\left(\mathbb{N}^*-\{1\}\right)^2$ و $m\neq n$.

✓ بين أن f تقبل تمديدا بالإتصال g في $x_0=1$ (ينبغي تحديده) . 2pts

❖ تمرين رقم 03:

⇦ لتكن f دالة عددية متصلة على $[0,1]$ بحيث : $f(0)=0$ و $f(1)=1$ ، و نفترض أن f قابلة للإشتقاق على اليمين في الصفر و على اليسار في $x_0=1$ و أن $f'_d(0)=f'_g(1)=0$

✓ بين أن المعادلة : $(E): f(x)=x$ تقبل حلا على الأقل في المجال $]0,1[$. 2pts

❖ تمرين رقم 04:

⇦ لتكن f دالة عددية متصلة على $[0,1]$ بحيث :

$$f(0)=f(1)=0 \text{ و } \left(\forall x\in\left[0,\frac{7}{10}\right]\right); f\left(x+\frac{3}{10}\right)\neq f(x) .$$

✓ بين أن المعادلة : $(E): f(x)=0$ تقبل على الأقل سبعة حلول في المجال $[0,1]$. 2pts

✓ **تخصص نقطة إضافية لحسن التنظيم و جودة التحرير و الدقة في الأجوبة .**