المملكة المغربية
ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
وزارة التربية الوطنية
الأكاديمية الجهوية للتربية والتكوين
جهة سوس ماسة درعة
ⵜⴰⴽⴰⴷⵉⵎⵉⵜ ⵜⴰⵎⵏⴰⴹⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴷ ⵓⵙⵎⵓⵜⵜⴳ
ⵏ ⵜⵙⴳⴰ ⵏ ⵙⵓⵙ ⵎⴰⵙⵙⴰ ⴷⵔⴰ

درس : المرجح في المستوى

3

الثانوية التأهيلية الفتح ـ القليعة
الأستاذ : عادل بناجي

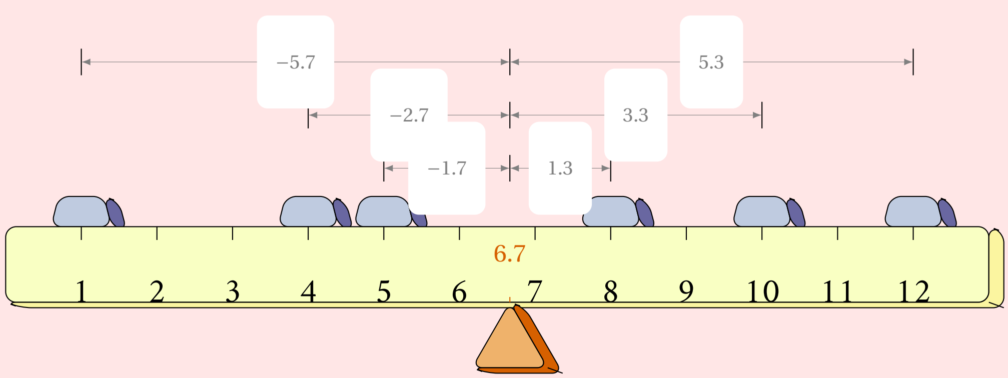
الأولى بكالوريا علوم تجريبية

نبذة عن عالم

هو غياث الدين بن مسعود بن محمد الكاشاني و المدعو الكاشي. ولد في أواخر القرن الثامن الهجري في مدينة كاشان (إيران). درس الكاشي النحو و الصرف و الفقه و المنطق، ثم درس الرياضيات و تفوق فيها. و لا غرابة في ذلك فإن والده كان من أكبر علماء الرياضيات و الفلك. و قد عاش الكاشي معظم حياته في مدينة سمرقند و فيها بنا مرصدا سماه " مرصد سمرقند ". مؤلفاته: وضع الكاشي مصنفات في علوم مختلفة نذكر منها:

- كتاب " الزيج الخقاني " و فيه ضبط لجداول النجوم.
- "رسالة في الحساب"، "رسالة في الهندسة"، "رسالة الجيب و الوتر"و " رسالة عن إهليجي القمر و عطارد".

و كان كتابه " مفتاح الحساب " منهلا استقى منه علماء الشرق و الغرب على حد سواء و اعتمدوا عليه في تعليم أبنائهم في المدارس و الجامعات عدة قرون، كما استخدموا كثيرا من المبرهنات و القوانين التي أتى بها و برهنها و ابتكرها.



بطاقة تقنية رقم : 03

ثانوية : الفتح التأهيلية السنة الدراسية : 2015 – 2016 الأستاذ : عادل بناجي	المستوى : الأولى باكلوريا علوم تجريبية درس : المرجح التذبير الزمني : 5 ساعات

فقرات الدرس	1 مرجح نقطتين متزنتين وخاصياته 2 مرجح ثلاث نقط متزنة وخاصياته 3 مرجح أربع نقط متزنة وخاصياته
المكتسبات القبلية	مركز ثقل مثلث - استقامية نقط - الأوضاع النسبية لمستقيمين في المستوى - الحساب المتجهي - معلمة نقطة في المستوى
الكفاءات المستهدفة	• استعمال المرجح في تبسيط تعبير متجهي - التمكن من إنشاء مرجح n نقطة $2 \leqslant n \leqslant 4$ ؛ • استعمال المرجح لإثبات استقامية ثلاث نقط من المستوى - استعمال المرجح في إثبات تقاطع المستقيمات ؛ • استعمال المرجح في حل مسائل هندسية و فيزيائية ؛
التوجيهات التربوية	• قبل تعريف المرجح يستحسن التحسيس بالإرتباط الموجود بين مفهوم المرجح في الرياضيات و مفاهيم اخرى في بعض مواد التخصص • ينبغي إبراز الدور الذي يلعبه المرجح في حل بعض المسائل الهندسية
الوسائل الديداكتيكية	• الكتاب المدرسي - السبورة الطباشيرية - الأدوات الهندسية • سلسلة تمارين - سلسلة أنشطة - وثيقة ملخص الدرس

adilbennaji2014@gmail.com

1 مرجح نقطتين متزنتين

1.1 نقطة متزنة - مرجح نقطتين متزنتين

نشاط

لتكن A و B نقطتين مختلفتين من المستوى $(\mathscr{P})$

1. بين أنه توجد نقطة وحيدة G من المستوى تحقق : $3\overrightarrow{GA}+2\overrightarrow{GB}=\overrightarrow{0}$ (أكتب$\overrightarrow{AG}$ بدلالة $\overrightarrow{AB}$)
2. أنشئ النقطة G باعتمادك على شكل مناسب
3. ليكن $k\neq 0$ عدد حقيقي ، بين أن G كذلك مرجح $(A,3k)$ و $(B,2k)$
4. لتكن M نقطة من المستوى ، أوجد تعبير المتجهة $3\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{0}$ بدلالة المتجهة $\overrightarrow{MG}$ ، ثم توصل للمتساوية السابقة (في السؤال الأول) بعد أختيارك لنقطة M مناسبة.
5. نفترض أن A و B نقطتين من المستوى المنسوب إلى المعلم $(O,\overrightarrow{i},\overrightarrow{j})$، حدد زوج إحداثيتي النقطة G بدلالة إحداثيات النقطتين A و B.

نشاط

لتكن A و B نقطتين مختلفتين من المستوى $(\mathscr{P})$(أنضر الشكل جانبه).

1. حدد نقطة **G** من المستوى $(\mathscr{P})$بحيث : $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}=\overrightarrow{0}$.
2. أنشء،في شكل مماثل، نقطة **G** من المستوى $(\mathscr{P})$بحيث : $\overrightarrow{GA}+2\overrightarrow{GB}=\overrightarrow{0}$.
3. هل توجد نقطة **G** من المستوى $(\mathscr{P})$بحيث : $3\overrightarrow{GA}-3\overrightarrow{GB}=\overrightarrow{0}$.

ترميز

في الكتابة : $\mathbf{a}\overrightarrow{GA}+\mathbf{b}\overrightarrow{GB}=\overrightarrow{0}$

- العدد a يسمى وزن النقطة A (أو نقول أن A معينة بالمعامل a).
- الزوج (A,a) يسمى نقطة متزنة .
- المجموعة : $\{(\mathbf{A},\mathbf{a}),(\mathbf{B},\mathbf{b})\}$ تسمى نظمة متزنة .
- إذا كان $a+b\neq 0$: **G** تسمى مرجح النظمة المتزنة $\{(\mathbf{A},\mathbf{a}),(\mathbf{B},\mathbf{b})\}$.

تعريف

لتكن (A,a) و (B,b) نقطتين متزنتين من المستوى $(\mathscr{P})$حيث $A\neq B$ و a و b من $\mathbb{R}$.

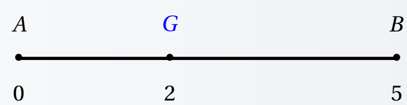
- إذا كان $a+b\neq 0$ فإنه توجد نقطة وحيدة **G** من $(\mathscr{P})$ بحيث: $\mathbf{a}\overrightarrow{GA}+\mathbf{b}\overrightarrow{GB}=\overrightarrow{0}$.
- **G** تسمى مرجح النظمة المتزنة $\{(\mathbf{A},\mathbf{a}),(\mathbf{B},\mathbf{b})\}$ أو **G** مرجح النقطتين المتزنتين (A,a) و (B,b) .

مثال

لتكن $[AB]$ قطعة،أنشئ النقطة $\mathscr{G}$ مرجح النقطتين المتزنتين $(A,3)$ و $(B,2)$.

لدينا :

$$\begin{aligned} G=bary\{(A,3),(B,2)\} &\Leftrightarrow 3\overrightarrow{GA}+2\overrightarrow{GB}=\overrightarrow{0}\\ &\Leftrightarrow 3\overrightarrow{GA}+2\overrightarrow{GA}+2\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{0}\quad (\text{علاقة شال})\\ &\Leftrightarrow 5\overrightarrow{GA}+2\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{0}\\ &\Leftrightarrow \overrightarrow{AG}=\frac{2}{5}\overrightarrow{AB}\end{aligned}$$



تمرين تطبيقي

حدد عدديين حقيقيين a و b بحيث تكون النقطة G هي مرجح النقطتين المتزنتين (A,a) و (B,b) في الحالات التالية:

1. $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}=3\overrightarrow{AB}$
2. $5\overrightarrow{GA}+2\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{0}$
3. $2\overrightarrow{GA}+3\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{0}$
4. G مماثلة A بالنسبة ل B

2.1 خاصيات مرجح نقطتين متزنتين

1.2.1 الصمود

خاصية

إذا كان **G** مرجح النظمة المتزنة $\{(\mathbf{A},\mathbf{a}),(\mathbf{B},\mathbf{b})\}$ فإن لكل k من $\mathbb{R}^*$ ، **G** هي كذلك مرجح $\{(A,ka),(B,kb)\}$

(نقول أن مرجح نقطتين متزنتين لا يتغير بضرب وزنيهما في نفس العدد الحقيقي الغير منعدم k)

البرهان

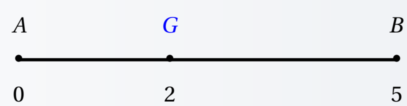
ليكن $k \neq 0$ عدد حقيقي لدينا :

$$\begin{aligned} G = bary\{(A,a),(B,b)\} &\Leftrightarrow a\overrightarrow{GA} + b\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{0} \\ &\Leftrightarrow ka\overrightarrow{GA} + kb\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{0} \\ &\Leftrightarrow G = bary\{(A,ka),(B,kb)\} \end{aligned}$$

مثال

لتكن $[AB]$ قطعة،أنشئ النقطة $\mathscr{G}$ مرجح النقطتين المتزنتين $(A,45)$ و $(B,30)$.
لدينا :

$$\begin{aligned} G = bary\{(A,45),(B,30)\} &\Leftrightarrow 45\overrightarrow{GA} + 30\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{0} \\ &\Leftrightarrow 15(3\overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{GB}) = \overrightarrow{0} \\ &\Leftrightarrow 3\overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{0} \\ &\Leftrightarrow 3\overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{0} \quad \text{(علاقة شال)} \\ &\Leftrightarrow 5\overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{0} \\ &\Leftrightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB} \end{aligned}$$



2.2.1 الخاصية المميزة

خاصية

ليكن a و b عددين حقيقيين بحيث $a+b \neq 0$ و **G** نقطة من المستوى $(\mathscr{P})$. في ظل هذه الشروط ،لدينا :
G مرجح النظمة المتزنة $\{(\mathbf{A},\mathbf{a}),(\mathbf{B},\mathbf{b})\}$ يكافئ $\forall M \in (\mathscr{P}) : a\overrightarrow{MA} + b\overrightarrow{MB} = (a+b)\overrightarrow{MG}$

البرهان

...

- نفترض أن G مرجح النقط المتزنة (A,a) و (B,b) ، باستعمال علاقة شال لدينا :
$(a+b)\overrightarrow{MG} = a\overrightarrow{MG} + b\overrightarrow{MG} = a\overrightarrow{MA} + a\overrightarrow{AG} + b\overrightarrow{MB} + b\overrightarrow{BG}$ وبما أن ،حسب الإفتراض، $a\overrightarrow{GA} + b\overrightarrow{GB} = \vec{0}$
فإن : $a\overrightarrow{MA} + b\overrightarrow{MB} = (a+b)\overrightarrow{MG}$
- عكسيا ، نفترض أن $\forall M \in (\mathscr{P}) : a\overrightarrow{MA} + b\overrightarrow{MB} = (a+b)\overrightarrow{MG}$ إذن من أجل $M = G$ نجد أن : $a\overrightarrow{GA} + b\overrightarrow{GB} = \vec{0}$ وبما أن $a+b \neq 0$ فإن G مرجح النقط المتزنة (A,a) و (B,b)

تطبيق تمرين

ليكن ABC مثلث و $A' = bary\{(A,2),(B,3)\}$ و $B' = bary\{(A,-2),(C,1)\}$ و $C' = bary\{(B,3),(C,-1)\}$.

1. أنشئ شكلا مناسبا.
2. بين أن لكل نقطة M من المستوى : $\overrightarrow{MA'} + \overrightarrow{MB'} - 2\overrightarrow{MC'} = \vec{0}$.
3. استنتج أن النقط A' و B' C' مستقيمية .

تطبيق تمرين

لتكن A و B نقطتين من المستوى .

1. حدد مجموعة النقط M من المستوى التي تحقق: $\|3\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}\| = \vec{0}$
2. حدد مجموعة النقط M من المستوى التي تحقق: $\|3\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}\| = \|2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}\|$

3.2.1 خاصية الإنشاء

خاصية

ليكن a و b عددين حقيقيين بحيث $a+b \neq 0$ و G نقطة من المستوى $(\mathscr{P})$. في ظل هذه الشروط :

- يكون G مرجح النقطتين المتزنتين (A,a) و (B,b) إذا وفقط إذا كان $\overrightarrow{AG} = \dfrac{b}{a+b}\overrightarrow{AB}$.
- يكون G مرجح النقطتين المتزنتين (A,a) و (B,b) إذا وفقط إذا كان $\overrightarrow{BG} = \dfrac{a}{a+b}\overrightarrow{BA}$.

البرهان

...

- نفترض أن G مرجح النقط المتزنة (A,a) و (B,b) ، باستعمال خاصية التجميعية مع $M=A$ ، نحصل على $b\overrightarrow{AB}=(a+b)\overrightarrow{AG}$ أي $\overrightarrow{AG}=\frac{b}{a+b}\overrightarrow{AB}$
- عكسيا ، لدينا :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AG}=\frac{b}{a+b}\overrightarrow{AB} &\Leftrightarrow b\overrightarrow{AB}=(a+b)\overrightarrow{AG}\\ &\Leftrightarrow b\overrightarrow{AG}+b\overrightarrow{GB}=a\overrightarrow{AG}+b\overrightarrow{AG}\\ &\Leftrightarrow a\overrightarrow{GA}+b\overrightarrow{GB}=\vec{0}\\ &\Leftrightarrow \text{G مرجح النقط المتزنة } (A,a) \text{ و } (B,b)\ (\text{لأن } a+b\neq 0)\end{aligned}$$

تطبيق تمرين

حدد موقع النقطة G مرجح النقطتين المتزنتين (A,a) و (B,b) في الحالات التالية:

1. $(A,2)$ و $(B,1)$
2. $(A,-1)$ و $(B,2)$
3. $(A,-2)$ و $(B,-3)$
4. $(A,\frac{1}{2})$ و $(B,5)$

3.1 إحداثيتي $\mathscr{G}$ مرجح النظمة المتزنة $\{(\mathscr{A},a),(\mathscr{B},b)\}$

نشاط

المستوى $(\mathscr{P})$ منسوب إلى معلم $(o,\vec{i},\vec{j})$.

لتكن $A(x_A,y_A)$ و $B(x_B,y_B)$ و $G(x_G,y_G)$ نقط من المستوى $(\mathscr{P})$ ، بحيث G مرجح النقطتين المتزنتين (A,a) و (B,b) .

1. حدد زوج إحداثيتي كل من المتجهتين $\overrightarrow{OA}$ و $\overrightarrow{OB}$.
2. أكتب المتجهة $\overrightarrow{OG}$ بدلالة المتجهتين $\overrightarrow{OA}$ و $\overrightarrow{OB}$.
3. استنتج زوج إحداثيتي G بدلالة إحداثيات A و B

خاصية

المستوى $(\mathscr{P})$ منسوب إلى معلم $(o,\vec{i},\vec{j})$.

لتكن $A(x_A,y_A)$ و $B(x_B,y_B)$ و $G(x_G,y_G)$ نقط من المستوى $(\mathscr{P})$

إذا كان G مرجح النقطتين المتزنتين (A,a) و (B,b) فإن :

$$\begin{cases} x_G=\dfrac{ax_A+bx_B}{a+b}\\ y_G=\dfrac{ay_A+by_B}{a+b}\end{cases}$$

مثال

نعتبر النقطتين $A(1,3)$ و $B(4,1)$ من المستوى،حدد زوج إحداثيتي النقطة G مرجح النقطتين المتزنتين $(A,2)$ و $(B,1)$

باستعمال الخاصية السابقة نجد أن : $G(2,\frac{7}{3})$

2 مرجح ثلاث نقط متزنة

1.2 مرجح ثلاث نقط متزنة

تعريف

لتكن (A,a) و (B,b) و (C,c) نقط متزنة من المستوى $(\mathscr{P})$ بحيث : $a+b+c\neq 0$

- توجد نقطة وحيدة **G** من المستوى $(\mathscr{P})$ تحقق : $\mathbf{a}\overrightarrow{GA}+\mathbf{b}\overrightarrow{GB}+\mathbf{c}\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{0}$
- النقطة **G** تسمى مرجح النظمة المتزنة $\{(\mathbf{A},\mathbf{a}),(\mathbf{B},\mathbf{b}),(\mathbf{C},\mathbf{c})\}$ (أو مرجح النقط المتزنة (A,a) و (B,b) و (C,c))

2.2 خاصيات مرجح ثلاث نقط متزنة

1.2.2 الصمود

خاصية

إذا كان **G** مرجح النظمة المتزنة $\{(\mathbf{A},\mathbf{a}),(\mathbf{B},\mathbf{b}),(\mathbf{C},\mathbf{c})\}$ فإن لكل k من $\mathbb{R}^*$ ، **G** هي كذلك مرجح $\{(A,ka),(B,kb),(C,kc)\}$

(نقول أن مرجح ثلاث نقط متزنة لا يتغير بضرب وزنيهما في نفس العدد الحقيقي الغير منعدم k)

2.2.2 الخاصية المميزة

خاصية

لتكن a و b و c أعداد حقيقية بحيث $a+b+c\neq 0$ و **G** نقطة من المستوى $(\mathscr{P})$. في ظل هذه الشروط ،لدينا :

G مرجح النظمة المتزنة $\{(\mathbf{A},\mathbf{a}),(\mathbf{B},\mathbf{b}),(\mathbf{C},\mathbf{c})\}$ يكافئ $\forall M\in(\mathscr{P}) : a\overrightarrow{MA}+b\overrightarrow{MB}+c\overrightarrow{MC}=(a+b+c)\overrightarrow{MG}$

البرهان

لتكن M نقطة من المستوى $(\mathscr{P})$ لدينا :

$$a\overrightarrow{GA}+b\overrightarrow{GB}+c\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{0} \Leftrightarrow \text{G مرجح النظمة المتزنة } \{(A,a),(B,b),(C,c)\}$$

$$\Leftrightarrow a\overrightarrow{GM}+a\overrightarrow{MA}+b\overrightarrow{GM}+b\overrightarrow{MB}+c\overrightarrow{GM}+c\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{0}$$

$$\Leftrightarrow a\overrightarrow{MA}+b\overrightarrow{MB}+c\overrightarrow{MC}=(a+b+c)\overrightarrow{MG}$$

3.2.2 خاصية التجميعية

خاصية

مرجح ثلاث نقط متزنة لا يتغير إذا عوضنا نقطتين منها بمرجحهما بوزن يساوي مجموع وزنيهما .

بتعبير آخر :

إذا كان G مرجح النظمة المتزنة $\{(A,a),(B,b),(C,c)\}$ و G_0 مرجح النظمة المتزنة $\{(A,a),(B,b)\}$ فإن G مرجح النظمة المتزنة $\{(G_0,a+b),(C,c)\}$

4.2.2 خاصية الإنشاء

خاصية

لتكن a و b و c أعداد حقيقية بحيث $a+b+c\neq 0$ و G نقطة من المستوى $(\mathscr{P})$.

تكون G مرجح النقط المتزنة (A,a) و (B,b) و (C,c) إذا وفقط إذا كان $\overrightarrow{AG}=\frac{b}{a+b+c}\overrightarrow{AB}+\frac{c}{a+b+c}\overrightarrow{AC}$.

البرهان

نستعمل خاصية التجميعية ، مع $M=A$ ، فنجد : $\overrightarrow{AG}=\frac{b}{a+b+c}\overrightarrow{AB}+\frac{c}{a+b+c}\overrightarrow{AC}$

3.2 حداثيات $\mathscr{G}$ مرجح النظمة المتزنة $\{(\mathscr{A},a),(\mathscr{B},b),(\mathscr{C},c)\}$

خاصية

المستوى $(\mathscr{P})$ منسوب إلى معلم $(o,\vec{i},\vec{j})$.

لتكن $A(x_A,y_A)$ و $B(x_B,y_B)$ و $C(x_C,y_C)$ و $G(x_G,y_G)$ نقط من المستوى $(\mathscr{P})$

إذا كان **G** مرجح النقط المتزنة (A,a) و (B,b) و (C,c) فإن : $\begin{cases} x_G = \dfrac{ax_A+bx_B+cx_C}{a+b+c} \\ y_G = \dfrac{ay_A+by_B+cy_C}{a+b+c} \end{cases}$

3 مرجح أربع نقط متزنة

1.3 مرجح أربع نقط متزنة

تعريف

لتكن (A,a) و (B,b) و (C,c) و (D,d) نقط متزنة من المستوى $(\mathscr{P})$ بحيث : $a+b+c+d\neq 0$

- توجد نقطة وحيدة **G** من المستوى $(\mathscr{P})$ تحقق : $\mathbf{a}\overrightarrow{GA}+\mathbf{b}\overrightarrow{GB}+\mathbf{c}\overrightarrow{GC}+\mathbf{d}\overrightarrow{GD}=\vec{0}$
- النقطة **G** تسمى مرجح النظمة المتزنة $\{(\mathbf{A},\mathbf{a}),(\mathbf{B},\mathbf{b}),(\mathbf{C},\mathbf{c}),(\mathbf{D},\mathbf{d})\}$ (أو مرجح النقط المتزنة (A,a) و (B,b) و (C,c) و (D,d))

2.3 خاصيات مرجح أربع نقط متزنة

1.2.3 الصمود

خاصية

إذا كان **G** مرجح النظمة المتزنة $\{(\mathbf{A},\mathbf{a}),(\mathbf{B},\mathbf{b}),(\mathbf{C},\mathbf{c}),(\mathbf{D},\mathbf{d})\}$ فإن لكل k من $\mathbb{R}^*$ ، **G** هي كذلك مرجح $\{(A,ka),(B,kb),(C,kc),(D,kd)\}$

(نقول أن مرجح ثلاث نقط متزنة لا يتغير بضرب وزنيهما في نفس العدد الحقيقي الغير منعدم k)

2.2.3 الخاصية المميزة

خاصية

لتكن a و b و c و d أعداد حقيقية بحيث $a+b+c+d\neq 0$ و **G** نقطة من المستوى $(\mathscr{P})$، في ظل هذه الشروط ،لدينا :

G مرجح النظمة المتزنة $\{(\mathbf{A},\mathbf{a}),(\mathbf{B},\mathbf{b}),(\mathbf{C},\mathbf{c}),(\mathbf{D},\mathbf{d})\}$ يكافئ $\forall M\in(\mathscr{P}) : a\overrightarrow{MA}+b\overrightarrow{MB}+c\overrightarrow{MC}+d\overrightarrow{MD}=(a+b+c+d)\overrightarrow{MG}$

خاصية

...

1 مرجح أربع نقط متزنة لا يتغير إذا عوضنا نقطتين منها بمرجحهما بوزن يساوي مجموع وزنيهما .

بتعبير آخر :

إذا كان **G** مرجح النظمة المتزنة $\{(\mathbf{A},\mathbf{a}),(\mathbf{B},\mathbf{b}),(\mathbf{C},\mathbf{c}),(\mathbf{D},\mathbf{d})\}$ و G_0 مرجح النظمة المتزنة $\{(A,a),(B,b)\}$ فإن **G** مرجح النظمة المتزنة $\{(G_0,a+b),(C,c),(D,d)\}$

2 مرجح أربع نقط متزنة لا يتغير إذا عوضناثلاث نقط منها بمرجحها بوزن يساوي مجموع أوزانها .

بتعبير آخر :

إذا كان **G** مرجح النظمة المتزنة $\{(\mathbf{A},\mathbf{a}),(\mathbf{B},\mathbf{b}),(\mathbf{C},\mathbf{c}),(\mathbf{D},\mathbf{d})\}$ و G_0 مرجح النظمة المتزنة $\{(A,a),(B,b)\}$ و G_1 مرجح النظمة المتزنة $\{(C,c),(D,d)\}$ فإن **G** مرجح النظمة المتزنة $\{(G_0,a+b),(G_1,c+d)\}$

3.3 إحداثيتي $\mathscr{G}$ مرجح النظمة المتزنة $\{(\mathscr{A},a),(\mathscr{B},b),(\mathscr{C},c),(\mathscr{D},d)\}$

خاصية

المستوى $(\mathscr{P})$ منسوب إلى معلم $(o,\vec{i},\vec{j})$.

لتكن $A(x_A,y_A)$ و $B(x_B,y_B)$ و $C(x_C,y_C)$ و $C(x_D,y_D)$ و $G(x_G,y_G)$ نقط من المستوى $(\mathscr{P})$

إذا كان **G** مرجح النقط المتزنة (A,a) و (B,b) و (C,c) و (D,d) فإن :

$$\begin{cases} x_G = \dfrac{ax_A+bx_B+cx_C+dx_D}{a+b+c+d} \\ y_G = \dfrac{ay_A+by_B+cy_C+dy_D}{a+b+c+d} \end{cases}$$

✌✌✌✌✌✌✌✌✌✌✌✌✌✌✌✌✌✌✌✌✌✌ جدول بعض الأخطاء الشائعة ✌✌✌✌✌✌✌✌✌✌✌✌✌✌✌✌✌✌✌✌✌✌

الخطأ أو الصعوبة	مصدر الخطأ	سببه	بعض سبل المعالجة

سلسلة تمارين درس : مبادئ في المنطق

التمرين 01

لتكن A و B نقطتين من المستوى بحيث $AB=4$. أنشئ النقطة G في كل حالة من الحالات التالية :

1. G مرجح النقطتين المتزنتين $(A,-2)$ و $(B,5)$
2. G مرجح النقطتين المتزنتين $(A,3)$ و $(B,1)$
3. G مرجح النقطتين المتزنتين $(A,3)$ و $(B,-2)$

التمرين 02

حدد مجموعة النقط M من المستوى التي تحقق:

1. $\|-5\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}\|=\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\|$
2. $\|4\overrightarrow{MA}-53\overrightarrow{MB}\|=\|7\overrightarrow{MA}-6\overrightarrow{MB}\|$

التمرين 03

حدد إحداثيتي G مرجح النقطتين المتزنتين (A,a) و(B,b) في الحالتين التاليتين :

1. $a=5$ و $b=-3$ و $A(-2,3)$ و $B(1,5)$
2. $a=-2$ و $b=-2$ و $A(1,1)$ و $B(-3,4)$

التمرين 04

ليكن ABC مثلثا.

1. أنشئ النقطة G بحيث $G=bary\{(A,1),(B,2),(C,3)\}$
2. أنشئ النقطة G' بحيث $G'=bary\{(A,1),(B,3),(C,-3)\}$
3. بين أن المستقيمين (BC) و (AG') متوازيان

التمرين 05

ليكن ABC مثلثا.ولتكن النقطة G مرجح النظمة المتزنة ك $\{(A,1),(B,4),(C,-3)\}$
لتكن I مرجح :$\{(B,4),(C,-3)\}$

1. أنشئ النقطة I
2. بين أن النقطة G منتصف القطعة $[AI]$ ثم أنشئ النقطة G

التمرين 06

المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$

1. أنشئ النقط $A(1,2)$ و $B(-3,4)$ و $C(-2,5)$
2. لتكن النقطة G مرجح النظمة المتزنة $\{(A,3),(B,2),(C,-4)\}$
حدد زوج إحداثيتي النقطة G ثم أنشأها
3. هل المستقيم (BG) من أصل المعلم ؟ علل جوابك

التمرين 07

ABC مثلث .
لتكن النقطة G مرجح النظمة المتزنة $\{(A,5),(B,2),(C,-3)\}$
نعتبر النقطة A' مرجح النقطتين المتزنتين $\{(B,2),(C,-3)\}$
و B' مرجح النقطتين المتزنتين $\{(A,5),(C,-3)\}$
و C' مرجح النقطتين المتزنتين $\{(A,5),(B,2)\}$
بين أن المستقيمات (AA') و (BB') و (CC') متلاقية في نقطة وحيدة يتم تحديدها .

التمرين 08

ABC مثلث .
لتكن النقطة G مرجح النظمة المتزنة $\{(A,1),(B,1),(C,2)\}$
ولتكن النقطة G' مرجح النقطتين المتزنتين $\{(B,1),(C,3)\}$

1. أنشئ النقطتين G و G'
2. حدد ثم أنشئ مجموعة النقط M من المستوى التي تحقق : $\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\|\|=\|\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}\|$