سلم التنقيط

التمرين الأول: (3 نقط و نصف)

نعتبر في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد ممنظم مباشر $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطتين $A(3,-3,0)$ و $B(-3,-3,8)$ والمستوى (P) الذي معادلته $x+2y-2z+5=0$ والمجموعة (S) للنقط $M(x,y,z)$ في الفضاء التي تحقق العلاقة : $x^2+y^2+z^2+6y-8z=0$

1) بين أن (S) فلكة مركزها $\Omega(0,-3,4)$ وشعاعها $r=5$ — 0.5

2) أ/ حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (Δ) المار من النقطة Ω والعمودي على المستوى (P) — 0.25

ب/ حدد احداثيات النقطة H تقاطع المستوى (P) والمستقيم (Δ) — 0.5

3) بين أن المستوى (P) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة محددا مركزها وشعاعها — 0.75

4) ليكن (Q) المستوى المعرف بالمعادلة الديكارتية $-3x+4z+9=0$ — 0.5

بين أن المستوى (Q) مماس للفلكة (S) عند النقطة A

5) نعتبر المتجهة $\vec{n}(1,2,-2)$ حدد $\overrightarrow{\Omega B}\wedge\vec{n}$ واستنتج مسافة النقطة B عن المستقيم (Δ) — 1

التمرين الثاني : (3 نقط و نصف)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بمايلي : $u_0=\frac{3}{2}$ و $\forall n\in\mathbb{N}\,; u_{n+1}=1+\sqrt{u_n-1}$

1) بين بالترجع أن : $\forall n\in\mathbb{N}\,; 1\prec u_n\prec 2$ — 0.5

2) بين أن المتتالية (u_n) تزايدية واستنتج أنها متقاربة — 1

3) نضع : $\forall n\in\mathbb{N}\,; v_n=\ln(u_n-1)$

أ/ بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q=\frac{1}{2}$ — 0.5

ب/ أحسب v_n ثم u_n بدلالة n — 1

ج/ أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ — 0.5

التمرين الثالث : (نقطتان ونصف)

يحتوي صندوق U_1 على 4 كرات بيضاء و 3كرات سوداء ويحتوي صندوق U_2 على 17 كرة بيضاء و 18 كرة سوداء نرمي نردا مكعبا وجوهه مرقمة من 1 الى 6 مرة واحدة في الهواء فإذا ظهر الرقم 6 نسحب كرة واحدة من الصندوق U_1 وإلا فسنسحب كرة من الصندوق U_2

1) بين أن احتمال سحب كرة بيضاء هو $0,5$ — 1

2) اذا سحبنا كرة بيضاء فما هو الاحتمال لكي تكون من الصندوق U_1 — 1.5

مسألة : (10 نقط ونصف)

الجزء الأول :

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]0;+\infty[$ بمايلي : $g(x)=\ln(1+\frac{1}{x^2})-\frac{2}{x^2+1}$

1) أ/ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to 0^+} g(x)$ — 0.5

ب/ بـيــن أن : $\forall x\in \left]0;+\infty\right[; g'(x)=\dfrac{2(x^2-1)}{x(x^2+1)^2}$ 0.5

ج/ اسـتـنــتــج جــدول تـغـيــرات الــدالـــة g 0.5

2) أ/ بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حــلا وحـيــدا α بحيث $\frac{1}{2}\prec\alpha\prec\frac{3}{5}$ 1

ب/ اســتــنــتـــج اشـــارة $g(x)$ عـلـــى المـجــال $\left]0;+\infty\right[$ 0.5

الـــجـــزء الـــثـــانـــي :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بمايلي : $\begin{cases} f(x)=x\ln(1+\frac{1}{x^2});x\succ 0 \\ f(x)=\sqrt{x^2-x^3} \quad ;x\leq 0\end{cases}$ وليكن (C)

منحناها في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ ($\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=2cm$)

1) أ/ تـحــقــق أن : $\forall x\in \left]0;+\infty\right[;\ f(x)=x\ln(1+x^2)-2x\ln x$ **0.25**

ب/أدرس اتــصـــال f فـــي 0 **0.5**

ج/ أدرس اشتقاق f في 0 وأول هــنــدسيا النتيجتين **1**

2) أ/ أحــســب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ وحــدد الفرع اللانـهـائي للمنحنى (C) بجوار $+\infty$ **0.5**

ب/ أحــســب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ وبين أن المنحنى (C) يقبل بجوار $-\infty$ فرعا شلجميا في اتجاه المستقيم (D) المعرف بالمعادلة $y=-x$ **0.75**

3) أ/ بـيــن أن : $\forall x\in \left]0;+\infty\right[; f'(x)=g(x)$ واستنتج اشارة $f'(x)$ على المجال $\left]0;+\infty\right[$ **0.5**

ب/أحسب $f'(x)$ على المجال $\left]-\infty;0\right[$ وحــدد اشارتها **0.5**

ج/ أعــط جـــدول تـغـيـرات f **0.25**

4) أنـــشـئ المنـحـنـى (C) (نـأخـذ $\alpha\approx 0.5$ و $f(\alpha)=0,5$) **0.75**

5) لتكن الدالة h قصور الدالة f على المجال $\left]-\infty;0\right]$

أ/ بين أن h تقبل دالة عكسية h^{-1} معرفة على مجال J يتم تـحـديــده **0.5**

ب/ضـــع جــدول تغيرات h^{-1} **0.25**

ج/ أنـــشـئ في نفس المعلم المنحنى (C') الممثل للدالة العكسية h^{-1} **0.25**

د/ بين أن الدالة h^{-1} قابلة للاشتقاق في 1 وأحـــســب $(h^{-1})'(1)$ **0.5**

6) نــضــع : $I=\int_1^{\sqrt{2}} f(x)dx$

أ/ باستعمال المكاملة بالأجزاء أحسب التكامــل I **0.5**

ب/ أحــســب مـــســاحـــة الـحـيــز المستوي Δ المحصور بالمنحنى (C) ومحور الأفــا صـيــل والمستقيمين المعرفين بالمعادلتين $x=1$ و $x=\sqrt{2}$ **0.5**