المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتعليم العالي وتكوين الأطر والبحث العلمي
المفتشية التربوية

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
(الدورة العادية: 2006)
الموضوع

C: NS22

المـــادة: الرياضيات

مدة الإنجاز: 3 ساعات

الشعـــب(ة): العلوم التجريبية- العلوم التجريبية الأصيلة- العلوم الزراعية

المعامل: 7

(يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة)

التمرين الأول (نقطتان)

0,75 1) حل المعادلة التفاضلية : $y''-6y'+9y=0$

2) نعتبر المعادلة التفاضلية التالية : $(E): y''-6y'+9y=2e^{3x}$

0,75 أ- بين أن الدالة u المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $u(x)=x^2e^{3x}$ هي حل خاص للمعادلة (E).

0,5 ب- أعط الحل العام للمعادلة (E).

التمرين الثاني (أربع نقط)

نعتبر في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-2\sqrt{3}(1+i)z+8i=0$

نرمز ب z_1 و z_2 لحلي هذه المعادلة بحيث $\Re_e(z_1)>\Re_e(z_2)$.

0,75 1) حدد z_1 و z_2 (لاحظ أن $(1-i)^2=-2i$).

1 2) أ- بين أن : $z_1^2=4(\sqrt{3}+i)$ و $z_2=i\,\overline{z_1}$.

0,25 ب- اكتب على الشكل المثلثي العدد العقدي $4(\sqrt{3}+i)$.

1 ج- استنتج الشكل المثلثي لكل من العددين z_1 و z_2.

1 3) نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$ النقطتين A و B اللتين لحقاهما على التوالي z_1 و z_2 .

احسب $\arg\left(\dfrac{z_2}{z_1}\right)$ ثم استنتج أن المثلث OAB متساوي أضلاع .

التمرين الثالث (أربع نقط)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطة $A(1,-1,3)$ والمستوى (P) الذي معادلته : $x-y+3z=0$.

0,5 1) أ- تحقق من أن : $(t\in\mathbb{R})\ \begin{cases} x=t \\ y=-t \\ z=3t \end{cases}$ تمثيل بارامتري للمستقيم (OA).

0,75 ب- حدد معادلة ديكارتية للمستوى (Q) العمودي على المستقيم (OA) في النقطة A.

0,25 ج- تحقق من أن (P) يوازي المستوى (Q).

2) نعتبر الفلكة (S) المماسة للمستوى (Q) في A والتي يقطعها المستوى (P) وفق الدائرة Γ التي مركزها O وشعاعها $\sqrt{33}$.

0,75 أ- بين أن $\Omega(a,b,c)$ مركز الفلكة (S) ينتمي إلى (OA)ثم استنتج أن $b=-a$ و $c=3a$.

ب- بين أن : $\Omega A^2 - \Omega O^2 = 33$ ثم استنتج أن $a-b+3c=-11$. 1,25

ج- استنتج إحداثيات Ω مركز الفلكة (S) ثم بين أن شعاعها يساوي $2\sqrt{11}$. 0,5

مسألة (10 نقط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $[0,+\infty[$ بما يلي : $g(x)=\ln(1+x)-x$.

1) أ- احسب $g'(x)$ لكل x من $[0,+\infty[$ ثم بين أن الدالة g تناقصية قطعا على $[0,+\infty[$. 0,75

ب- استنتج أن : $g(x)\le 0$ لكل x من $[0,+\infty[$. 0,25

2) بين أن : $0<\ln(1+x)<x$ لكل x من $]0,+\infty[$. 0,5

II) نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي : $f(x)=x+\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$

و (C) هو المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ (الوحدة $1cm$).

1) بين أن حيز تعريف الدالة f هو : $D=]-\infty,-1[\cup]1,+\infty[$. 0,5

2) أ- بين أن f دالة فردية. 0,5

ب- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x>1}} f(x)$. 0,5

3) أ- بين أن : $f'(x)=\frac{x^2-3}{x^2-1}$ $\forall x\in D$. 0,75

ب- استنتج تغيرات الدالة f على المجال $]1,+\infty[$. 0,5

4) أ- تحقق من أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C). 0,25

ب- ادرس إشارة $\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$ (يمكن ملاحظة أن : $\frac{x+1}{x-1}=1+\frac{2}{x-1}$ $\forall x\in D$). 0,5

ج- استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C) والمستقيم (Δ) . 0,25

5) أنشئ (C) في المعلم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ (نأخذ $\sqrt{3}\simeq 1,7$ و $f\left(\sqrt{3}\right)\simeq 3$). 1

6) أ- بين أن: $\int_2^4 \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)dx = 5\ln 5-6\ln 3$ (يمكن استعمال مكاملة بالأجزاء). 1,25

ب- استنتج ب cm^2 مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) والمستقيمات التي معادلاتها على التوالي : $x=2$ و $x=4$ و $y=x$. 0,5

III) نعتبر المتتالية $(u_n)_{n\ge 2}$ المعرفة بما يلي : $u_n=f(n)-n$ لكل n من $IN^*-\{1\}$.

1) أ- تحقق من أن $u_n=\ln\left(1+\frac{2}{n-1}\right)$ لكل n من $IN^*-\{1\}$. 0,25

ب- بين أن المتتالية $(u_n)_{n\ge 2}$ تناقصية. 0,75

2) أ- بين أن $0<u_n<\frac{2}{n-1}$ لكل n من $IN^*-\{1\}$ (يمكن استعمال نتيجة السؤال I) 2)). 0,5

ب- احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$. 0,5