



ملحوظة تمنح نقطة عن تنظيم ورقة التحرير

تمرين 1

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2 - 3x + a}{x-1} & \dots \dots \dots x < 1 \\ f(x) = \frac{x+b}{2} & \dots \dots \dots x \geq 1 \end{cases}$$

1- نعتبر الدالة f المعرفة كما يلي

حدد العددين a ; b لكي تكون الدالة f متصلة في 1

2- لتكن f دالة متصلة على المجال $[0;1]$

يبين أن المعادلة $5f(x) = 3f(0) + 2f(1)$ تقبل على الأقل حل في المجال $[0;1]$

تمرين 2

I) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R}^+ بما يلي:

(1) أدرس تغيرات f على \mathbb{R}^+ واستنتج أن $f([0;1]) \subset [0;1]$

(2) حل في \mathbb{R}^+ المعادلة: $f(x) = x$

(3) يبين أن $x \in [0;1] \Rightarrow f(x) \geq x$

II) لتكن $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي:

(1) يبين أن: $\forall n \in \mathbb{N}, 0 \leq u_n \leq 1$

(2) يبين أن $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ تزايدية (يمكنك استعمال السؤال I - 3)

(3) استنتاج أن $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متقاربة وحدد نهايتها.

III) لتكن المتتالية العددية (v_n) بحيث $v_n = \sqrt{u_n} - 1$

(1) يبين أن (v_n) هندسية أساسها $q = \frac{1}{2}$

(2) أحسب u_n بدلالة n واحسب مرة ثانية $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(3) نعتبر المجموع s_n بحيث: $s_n = \sqrt{u_0} + \dots + \sqrt{u_{n-1}}$

أكتب s_n بدلالة n ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} s_n$

تمرين 3

نعتبر الدالة f المعرفة كمالي $f(x) = \sqrt[3]{x^3 + 1} + 3$

1 - يبين أن $D_f = [-1; +\infty]$

2 - يبين أن الدالة f تقبل دالة عكسية معرفة على مجال J يجب تحديده