

## الفرص الأول باللغتين العربية والفرنسية

الشعبة : العلمية

المستوى الدراسي : الجذع المشترك

مدة الإنجاز : ساعتان

تاريخ التمرير : الجمعة 23 نونبر 2018

ملحوظة هامة: يكتب بخط واضح على ورقة التحرير:  
○ اسم ونسب المترشح(ة) (بالحروف العربية واللاتينية) وتاريخ الميلاد،  
○ اسم المؤسسة والبلدة والمديرية الإقليمية.

**Exercice 1 :** Déterminer tous les triplets  $(x, y, z)$  de nombres réels vérifiant le système suivant :

$$\begin{cases} x + y - z = -1 \\ x^2 - y^2 + z^2 = 1 \\ -x^3 + y^3 + z^3 = -1 \end{cases}$$

**التمرين 1 :** حدّد جميع المثلثات  $(x, y, z)$  من أعداد حقيقية التي تحقق النظمة التالية :

$$\begin{cases} x + y - z = -1 \\ x^2 - y^2 + z^2 = 1 \\ -x^3 + y^3 + z^3 = -1 \end{cases}$$

**Exercice 2 :** On considère un segment  $[AB]$  et soient  $D_0, D_1, \dots, D_{2018}$  des points appartenant à  $[AB]$  tels que  $D_0 = A, D_{2018} = B$  et

$$D_0D_1 = D_1D_2 = \dots = D_{2017}D_{2018}.$$

Si  $C$  est un point du plan tel que  $\widehat{BCA} = 90^\circ$ , prouver que :

$$CD_0^2 + CD_1^2 + \dots + CD_{2018}^2 = AD_1^2 + AD_2^2 + \dots + AD_{2018}^2.$$

**التمرين 2 :** نعتبر قطعة  $[AB]$  ولتكن  $D_0$  و  $D_1$  و  $\dots$  و  $D_{2018}$  نقطاً تنتمي إلى  $[AB]$  بحيث  $D_0 = A$  و  $D_{2018} = B$

$$D_0D_1 = D_1D_2 = \dots = D_{2017}D_{2018} \text{ و}$$

إذا كانت  $C$  نقطة من المستوى حيث  $\widehat{BCA} = 90^\circ$ ، أثبت أن :

$$CD_0^2 + CD_1^2 + \dots + CD_{2018}^2 = AD_1^2 + AD_2^2 + \dots + AD_{2018}^2.$$

**Exercice 3 :** Soient  $a$  et  $b$  deux entiers naturels non nuls tels que  $a^2b$  divise  $b^2 + 3a$ .

- Vérifier que  $\frac{b^2}{a} \in \mathbb{N}$  et  $\frac{3a}{b} \in \mathbb{N}$ , puis prouver que  $\frac{9a}{b^2} \in \mathbb{N}$ .

- Déterminer tous les couples  $(a, b)$  d'entiers naturels non nuls, tels que  $a^2b$  divise  $b^2 + 3a$ .

**التمرين 3 :** ليكن  $a$  و  $b$  عددين صحيحين طبيعيين غير منعدمين بحيث  $a^2b$  يقسم  $b^2 + 3a$ .

- تحقق أن  $\frac{9a}{b^2} \in \mathbb{N}$  و  $\frac{3a}{b} \in \mathbb{N}$ ، ثم أثبت أن  $\frac{9a}{b^2} \in \mathbb{N}$ .
- حدّد جميع الأزواج  $(a, b)$  من أعداد صحيحة طبيعية غير منعدمة، بحيث  $a^2b$  يقسم  $b^2 + 3a$ .