EXO1 :Pour n de IN on pose $u_n = \frac{2n+3}{n+1}$

1) Montrer que $\forall n \in IN : u_n = 2 + \frac{1}{n+1} = 3 - \frac{n}{n+1}$
2) Montrer que la suite (u_n) est bornée
3) Etudier la monotonie de u
4) Déterminer la plus petite valeur de n pour que $|u_n - 2| < 10^{-4}$

EXO2 : Soit la suite v définie par : $v_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$ et n de IN*

1) montrer que v est bornée par 0 et $\frac{1}{2}$
2) Etudier la monotonie de v

EXO3 : On considère la suite (u_n) telle que $u_0 = 6$ et pour tout $n \geq 0 : u_{n+1} = 4 - \frac{3}{u_n}$

1) Montrer que : $\forall n \geq 0 : u_n > 3$
2) Montrer que (u_n) est décroissante
3) En déduire que (u_n) est majorée

EXO4 : Soit la suite $\begin{cases} u_0 = 4 \\ u_{n+1} = 6 + \sqrt{u_n} ; n \geq 0 \end{cases}$

1) Montrer que (u_n) est majorée par 9
2) Etudier la monotonie de (u_n)

EXO5 : Soit la suite $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = \frac{nu_n + 1}{n+1} ; n \geq 1 \end{cases}$

1) Montrer que : $\forall n \geq 1 : u_n < 1$
2) Etudier la monotonie de $(u_n)_{n\geq 1}$

EXO6 : : Soit la suite $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{5} \\ u_{n+1} = u_n^2 + \frac{3}{4} u_n ; n \geq 1 \end{cases}$

1) Montrer que : $\forall n \geq 1 : 0 < u_n < \frac{1}{4}$
2) Etudier la monotonie de $(u_n)_{n\geq 1}$

EXO7 : : Soit la suite $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \sqrt{\frac{u_n^2}{3} + 2} ; n \geq 0 \end{cases}$

1) Montrer que : $\forall n \geq 0 : u_n \geq \sqrt{3}$
2) Etudier la monotonie de (u_n)

EXO8 : : : Soit la suite $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \sqrt{2 + u_n} ; n \geq 0 \end{cases}$

1) Montrer que : $\forall n \geq 0 : 2 > u_n \geq 1$
2) Etudier la monotonie de (u_n)
3) Montrer que $\forall n \geq 0 :< 2 - u_{n+1} \leq \frac{1}{2}(2 - u_n)$
4) En déduire que $\forall n \geq 0 : 0 < 2 - u_n \leq \frac{1}{2^n}$

EXO9 : : Soit la suite $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{3u_n^2 + 2}{3u_n + 1} ; n \geq 1 \end{cases}$

1) a- Vérifier que : $2 - u_{n+1} = \frac{3u_n}{1 + 3u_n}(2 - u_n)$

   b- Montrer que $\forall n \geq 1 : 0 < u_n < 2$

   c- Etudier la monotonie de $(u_n)_{n\geq 1}$
2) Montrer que $\forall n \geq 1 : \frac{3u_n}{1 + 3U_n} < \frac{6}{7}$
3) Déduire que $\forall n \geq 1 : 0 < 2 - u_n \leq (\frac{6}{7})^n$

EXO10 : On considère la suite $(u_n)_{n\geq 1}$ tq : $u_n = \sum_{k=1}^{k=n} \frac{1}{k(k+1)}$

1) Calculer les 4 premiers termes
2) Vérifier que $\frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}$

et donner une expression simple de u_n

EXO11 : On considère la suite (u_n) tq : $u_n = \sqrt{2n + 1 - 2\sqrt{n(n+1)}}$ et on pose $S_n = \sum_{k=0}^{k=n} u_k$

Simplifier la somme S_n .

www.riyadiyat.net

EXO12 : Pour n de IN* on pose $u_n = \sum_{k=1}^{k=n} \frac{1}{k}$

1) Calculer u_1, u_2, u_3 et u_4

2) Etudier la monotonie de $(u_n)_{n\geq 1}$

3) Montrer que :

$\forall n \geq 1 : u_n = n - (\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + ... + \frac{n-1}{n})$

4) Montrer que

$\forall n \geq 1 : u_1 + u_2 + ... + u_n + n = (n+1)u_n$

EXO12 :On considère la suite $(u_n)_{n\geq 1}$ tq :

$u_n = \frac{3^n}{n^2}$

1) Vérifier que la suite u est minorée
2) Montrer que $\forall n \geq 2 : \frac{3n^2}{(1+n)^2} > 1$ et déduire la monotonie de $(u_n)_{n\geq 2}$
3) Montrer que $\forall n \geq 5 : \frac{u_{n+1}}{u_n} \geq 2$
4) Montrer que $\forall n \geq 5 : u_n \geq 2^{n-5} u_5$
5) a- Montrer que $\forall n \geq 1 : 2^{n-1} \geq n$
   b- Montrer que $(u_n)_{n\geq 1}$ n'est pas majorée
6) Déduire de ce qui précède que :
   $\forall A > 0, \exists p \in IN : n > p \Rightarrow u_n > A$

EXO13 :Soient les suites définies par :

$\begin{cases} v_0 = 5 \\ v_{n+1} = \frac{u_n + v_n}{2} ; n \geq 0 \end{cases}$ et $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{2u_n v_n}{u_n + v_n} ; n \geq 0 \end{cases}$

1) a- Montrer que $\forall n \geq 0 : u_n v_n = 5$

b- Montrer que $\forall n \geq 0 : u_n < \sqrt{5} < v_n$

2) Montrer que $\forall n \geq 0 : 0 < u_n < v_n$

3) Montrer que (u_n) est croissante et que (u_n) est décroissante

4) a- Montre : $\forall n \geq 0 :< v_{n+1} - u_{n+1} \leq \frac{1}{2}(v_n - u_n)$

b- En déduire que $\forall n \geq 0 :< v_n - u_n \leq \frac{1}{2^{n-2}}$

c-Donner une valeur approchée de $\sqrt{5}$ à 10^{-2}

EXO14 :Dans chaque question $(u_n)_{n\geq p}$ désigne une suite arithmétique de raison r

1)Sachant que r=3 et $u_5 = \frac{2}{3}$, calculer u_0 et u_n puis $S_n = \sum_{k=1}^{k=n} u_k$ en fonction de n

2) Sachant que $u_1 = -2$ et $u_{11} = 17$,calculer r et la somme $S_n = \sum_{k=1}^{k=n} u_k$

3) Sachant que $u_3 = 5$ et r=-4,calculer la somme $S_n = \sum_{k=0}^{k=n-1} u_k$ et déterminer n pour que $S_n = 9$

4) Déterminer r et u_1 sachant que $u_2 + u_4 = 16$ et $u_1 u_5 = 28$

EXO15 : Déterminer les réels a, b et c sachant qu'ils constituent trois termes consécutifs d'une suite arithmétique et tels que leur somme est 24 et la somme de leurs carrés est 210

EXO16 : : Soit la suite $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{5u_n - 4}{u_n + 1} ; n \geq 0 \end{cases}$

1) Montrer que $\forall n \geq 0 : u_n > 2$ et étudier la monotonie de (u_n)

2) Pour n de IN on pose $v_n = \frac{1}{u_n - 2}$, montrer que (v_n) est arithmétique

3) Calculer v_n puis u_n en fonction de n

4) Donner en fonction de n la somme $S_n = v_à + v_1 + ... v_n$

EXO17 : Soit les suites :

$\begin{cases} u_0 = 1 ; u_1 = 3 \\ u_{n+2} = 2u_{n+1} - u_n + 5 ; n \geq 0 \end{cases}$ et $v_n = u_{n+1} - u_n$

1)Montrer que (v_n) est arithmétique

2) Calculer $S_n = v_0 + v_1 + ... v_{n-1}$ et déduire u_n en fonction de n.

www.riyadiyat.net

EXO18 :Soit (v_n) une suite géométrique de raison q

1)sachant que $v_2 = 8$ et q=0.5, calculer v_0, v_6 et la somme $\sum_{k=1}^{10} v_k$

2) Sachant que $v_4 = 24$, $v_6 = \frac{4}{9}$ et (v_n) décroissante, calculer q et v_n en fct de n

EXO19 : Soit la suite u telle que : $u_0 = 0$, et pour tout $n \geq 0 : u_{n+1} = 3u_n + \frac{1}{3}$ et on pose $v_n = u_n + \frac{1}{6}$

1)Montrer que (V_n) est géométrique et donner sa raison et son premier terme

2) Calculer v_n puis u_n en fonction de n.

3) Calculer, en fonction de n, les sommes :

$S_n = v_0 + v_1 + v_2 + ...v_n$ et $S_n' = \sum_{k=0}^{n} u_k$

EXO20 :On considère la suite définie par :

$$\begin{cases} u_1 = \frac{1}{3} \\ \forall n \geq 1 : u_{n+1} = \frac{3u_n}{1+u_n} \end{cases}$$

1)Montrer que : $\forall n \geq 1 : 0 < u_n < 2$

2)Etudier la monotonie de $(u_n)_{n\geq 1}$

3) on pose $v_n = 1 - \frac{2}{u_n}$

a) Montrer que $(v_n)_{n\geq 1}$ est géométrique

b) Calculer u_n en fonction de n

c) Calculer en fonction de n la somme $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{u_k}$

EXO21 : On considère la suite définie par :

$$\begin{cases} u_0 = -1 ; u_1 = 2 \\ \forall n \geq 0 : 2u_{n+2} = 3u_{n+1} - u_n \end{cases}$$

1) Calculer u_2 et u_3

2) Montrer que la suite $v_n = u_{n+1} - u_n$ set géométrique

3) Calculer en fonction de n la somme $\sum_{k=0}^{n-1} v_k$

4) En déduire u_n en fonction de $n \in IN^*$

EXO22 : Pour n de IN on pose :

$u_n = \left(\frac{3}{5}\right)^n - 3n$ et $v_n = 2^n (5 + \frac{1}{3^{n+1}})$

Calculer en fonction de n $\sum_{k=0}^{n} u_k$ et $\sum_{k=0}^{n} v_k$

EXO23 : On considère la suite définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ \forall n \geq 0 : u_{n+1} = \frac{n+2}{2n+2} u_n \end{cases}$$

1)Calculer u_1, u_2 et montrer que $\forall n \geq 0 : u_n > 0$

2) Etudier la monotonie de (u_n)

3) Pour $n \geq 0$ on pose $v_n = \frac{u_n}{1+n}$

a) Montrer que (v_n) est géométrique

b) Calculer v_n et u_n en fonction de n

c) Donner en fonction de n la somme :

$$S_n = \frac{u_1}{2} + \frac{u_2}{3} + \frac{u_3}{4} + ... + \frac{u_n}{n+1}$$

EXO24 : a et b deIR et (u_n) suite telle que $\sum_{k=0}^{n} u_k = n(an+b)$,Montrer que (u_n) est arithmétique

www.riyadiyat.net

EXO25 : Soit la suite (u_n) définie par $u_0 = 2$ et $u_n - 2u_{n+1} = 2n+1$ et on pose $v_n = u_n + 2n - 1$

1) Montrer que (v_n) est géométrique
2) Calculer v_n puis u_n en fonction de n
3) Calculer ,en fonction de n , la somme : $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + ...u_n$

EXO26 : Soit la suite (u_n) définie par $u_0 = 3$ et $u_{n+1} = \dfrac{u_n}{3+3^n u_n}$

1) Montrer que $\forall n \geq 0 : 0 < u_n$
2) Etudier la monotonie de (u_n) et déduire que $\forall n \geq 0 : u_n \leq 3$
3) On pose $v_n = \dfrac{1}{3^n u_n}$

a- Montrer que (v_n) est arithmétique

b- Calculer, en fonction de n u_n et la somme $S_n = \dfrac{1}{u_0} + \dfrac{1}{3u_1} + \dfrac{1}{9u_2} + ... + \dfrac{1}{3^n u_n}$

www.riyadiyat.net