الثانوية التأهيلية مولاي رشيد- أجلموس	الإسقاط في المستوى	المستوى الدراسي: جذع مشترك علمي
الأستاذ : محمد إعلو	Projection dans le plan	عدد الساعات : 5 ساعات

الإسقاط في المستوى

القدرات المنتظرة

- الترجمة المتجهية لمبرهنة طاليس

أهداف الدرس

- التعرف على مسقط نقطة على مستقيم بتواز مع آخر.
- توظيف مبرهنة طاليس و مبرهنتها العكسية في حل مسائل هندسية.
- توظيف الإسقاط في حل مسائل هندسية.
- توظيف خاصية الحفاظ على معامل استقامية متجهتين لإثبات علاقات متجهية.

فقرات الدرس

- الإسقاط على مستقيم بتواز مع مستقيم آخر:
  - الإسقاط العمودي
  - الإسقاط على محور
- مبرهنة طاليس :
  - مبرهنة طاليس المباشرة.
  - مبرهنة طاليس العكسية.

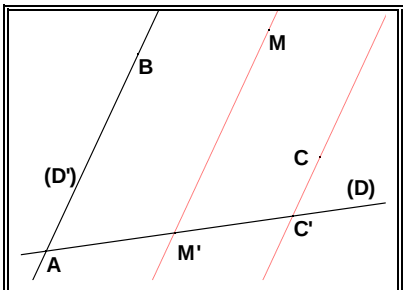
الثانوية التأهيلية مولاي رشيد- أجلموس	الإسقاط في المستوى	المستوى الدراسي: جذع مشترك علمي
الأستاذ : محمد إعلو	Projection dans le plan	عدد الساعات : 5 ساعات

I)-الإسقاط على مستقيم بتواز مع مستقيم

➢ تعريف

ليكن (D) و (Δ) مستقيمين متقاطعين في المستوى و M نقطة من المستوى

- مسقط النقطة M على (D) بتواز مع (Δ) هو النقطة M' ، تقاطع المستقيم (D) والمستقيم الموازي للمستقيم (Δ) المار من M .
- العلاقة التي تربط كل نقطة M من المستوى بمسقطها M' على (D) بتواز مع (Δ) تسمى الإسقاط على المستقيم (D) بتواز مع (Δ) .



ملاحظات

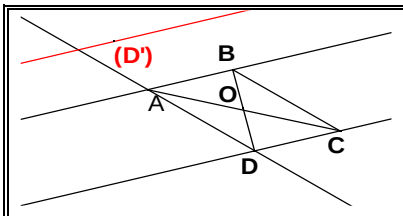
نعتبر الإسقاط على مستقيم (D) بتواز مع مستقيم (Δ) .

- M' مسقط M يعني $M' \in (D)$ و $(MM') \parallel (\Delta)$.
- المسقط M' للنقطة M لا يتغير إذا عوضنا المستقيم (Δ) بمستقيم يوازيه.
- إذا كانت $M \in (D)$ فإن $M = M'$ (نقول إن النقطة M صامدة).

مثال

ليكن $ABCD$ متوازي أضلاع مركزه O و (D') مستقيما يوازي (AB).

- حدد مسقطي كل من A و C على المستقيم (BC) بتواز مع (D') .
- حدد مسقطي كل من B و D على المستقيم (AD) بتواز مع (DC)

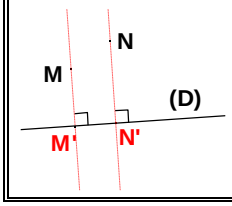


➢ الإسقاط العمودي

تعريف

ليكن (D) مستقيما و M نقطة من المستوى.

- المسقط العمودي للنقطة M على المستقيم (D) هي النقطة M' ، تقاطع المستقيم (D) و العمودي عليه المار من M .
- العلاقة التي تربط كل نقطة M من المستوى بمسقطها العمودي تسمى الإسقاط العمودي على (D).



ملاحظات

- الإسقاط العمودي على (D) هو الإسقاط على (D) بتواز مع مستقيم عمودي على (D) .
- M' هو المسقط العمودي ل M على (D) يعني $M' \in (D)$ و $(MM') \perp (D)$
- إذا كانت $M \in (D)$ فإن $M = M'$ (نقول إن النقطة M صامدة بهذا الإسقاط).

الثانوية التأهيلية مولاي رشيد- أجلموس	الإسقاط في المستوى	المستوى الدراسي: جذع مشترك علمي
الأستاذ : محمد إعلو	Projection dans le plan	عدد الساعات : 5 ساعات

➢ الإسقاط على محور

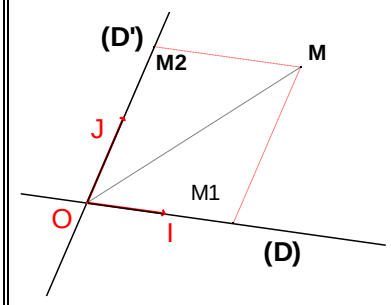
نعتبر مستقيمين (D) و (D') منسوبين على التوالي إلى معلمين (O,I) و (O,J) . ولتكن M نقطة من المستوى.

إذا كانت M_1 هي مسقط M على (D) بتواز مع (D') و كانت M_2 هي مسقط M على (D') بتواز مع (D) فإن:

- $\overrightarrow{OM_1}=x\overrightarrow{OI}$ حيث x هو أفصول M_1 في المعلم (O,I) .
- $\overrightarrow{OM_2}=y\overrightarrow{OJ}$ حيث y هو أفصول M_2 في المعلم (O,J) .

لدينا: $\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OM_1}+\overrightarrow{OM_2}$ ومنه: $\overrightarrow{OM}=x\overrightarrow{OI}+y\overrightarrow{OJ}$.

- المثلوث (O,I,J) يسمى معلما للمستوى.
- العدد x يسمى أفصول النقطة M في المعلم (O,I,J) .
- العدد y يسمى أرتوب النقطة M في المعلم (O,I,J).
- الزوج (x,y) يسمى زوج إحداثيتي M في المعلم (O,I,J).



II)- مبرهنة طاليس و مبرهنتها العكسية

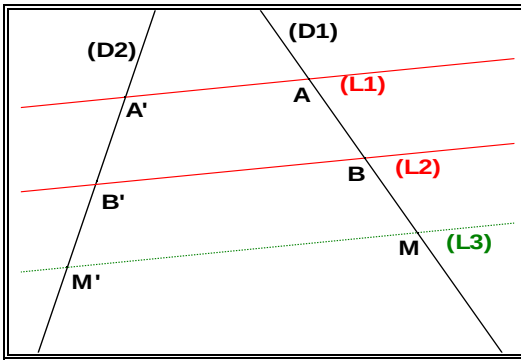
1)- مبرهنة طاليس المباشرة

(L_1) و (L_2) مستقيمان متوازيان قطعا و (D_1) و (D_2) مستقيمان حيث: (D_1) قاطع لهما على التوالي في A و B.

(D_2) قاطع لهما على التوالي في A' و B'.

إذا كان مستقيم (L_3) يوازي كل من (L_1) و (L_2) ويقطع على التوالي (D_1) و (D_2) في النقطتين M و M' فإن:

$$\frac{AM}{AB}=\frac{A'M'}{A'B'}$$



ملاحظة

النقط A' و B' و M' على التوالي هي مساقط النقط A و B و M على (D_2) بتواز مع (L_1).

مثال

ABC مثلث بحيث: $AB=3cm$ و $AC=4cm$. لتكن I نقطة من المستوى بحيث $\overrightarrow{AI}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$.

الموازي للمستقيم (BC) يقطع (AC) في النقطة J . أحسب المسافة CJ .

2)-مبرهنة طاليس العكسية

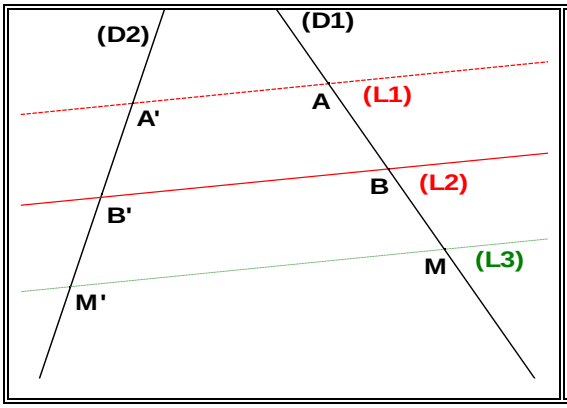
الثانوية التأهيلية مولاي رشيد- أجلموس	الإسقاط في المستوى	المستوى الدراسي: جذع مشترك علمي
الأستاذ : محمد إعلو	Projection dans le plan	عدد الساعات : 5 ساعات

(L_1) و (L_2) مستقيمان متوازيان قطعا. (D_1) و (D_2) مستقيمان حيث: (D_1) قاطع لهما على التوالي في A و B.

(D_2) قاطع لهما على التوالي في A' و B'.

إذا كانت $M \in (D_1)$ و $M' \in (D_2)$ بحيث $\frac{AM}{AB} = \frac{A'M'}{A'B'}$

وكانت A و B و M مرتبة على D_1 بنفس ترتيب النقط A' و B' و M' على D_2 فإن $(MM') // (D_1) // (D_2)$.



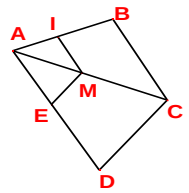
تمرين

ليكن $ABCD$ رباعيا محدبا و $M \in [AC]$ بحيث $(M \neq A$ و $M \neq C)$.

المستقيم المار من M و الموازي للمستقيم (CD) يقطع (AD) في E.

المستقيم المار من M و الموازي للمستقيم (BC) يقطع (AB) في I.

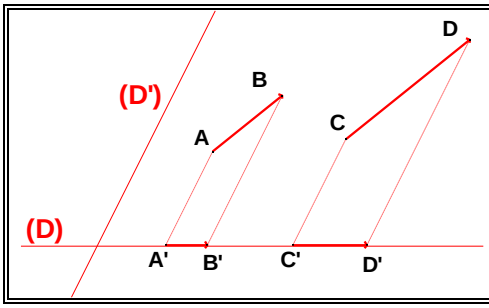
بين أن $\frac{AI}{AB} = \frac{AE}{AD}$ و استنتج أن $(EI) // (BD)$



III)- الحفاظ على معامل استقامية متجهتين خاصية

ليكن (D) و (D') مستقيمين متقاطعين . و لتكن A و B و C و D نقطا من المستوى و A' و B' و C' و D' هي على التوالي مساقطها على (D) بتواز مع (Δ).

- إذا كان $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{CD}$ فإن: $\overrightarrow{A'B'} = k\overrightarrow{C'D'}$.
- نقول إن الإسقاط يحافظ على معامل استقامية متجهتين



ملاحظة

- إذا كانت B منتصف القطعة $[AC]$ فإن B' منتصف القطعة $[A'C']$.

نقول إن الإسقاط يحافظ على منتصف قطعة.