

9	المعامل:	الرياضيات	المادة:
س2	مدة الإنجاز:	$\frac{1}{2}$	شعبة العلوم الرياضية ١ و ب الشعبة:

- س ت

التمرين الأول : (8,5 ن)

1- نعتبر في  $\mathbb{C}$  المعادلة :  $(E_m): z^2 - m(2+5i)z + m^2(-5+5i) = 0$  حيث  $m \in \mathbb{C}^*$  حل في  $\mathbb{C}$  المعادلة  $(E_m)$ .

2- ليكن  $x \in \mathbb{R}_+$ .

أ- ثبت أن :  $\operatorname{Arg}(1+xi) \equiv \operatorname{Arc tan} x [2\pi]$

ب- اكتب العدد  $(1+2i)(1+3i)$  على الشكل الجبري و المثلثي.

ت- استنتاج قيمة العدد  $\operatorname{Arc tan}(2) + \operatorname{Arc tan}(3)$

3- نعتبر في  $\mathbb{C}$  المعادلة :  $(E_n): \left(\frac{1+z}{1-z}\right)^n = \sqrt{2} \frac{1+2i}{1-3i}$  حيث  $n$  عدد صحيح طبيعي غير منعدم.

أ- بين انه اذا كان  $z$  حل للمعادلة فإنه يكون تخليا صرفا.

ب- حل في  $\mathbb{C}$  المعادلة  $(E_n)$  ثم اعط الحلول على الشكل الجبري.

4- المستوى  $(P)$  منسوب الى معلم متعمد منظم  $(O, \vec{e_1}, \vec{e_2})$ . لكل  $z$  من  $\mathbb{C}$  نضع:  $z' = z^2 - 2(2+5i)z + 4(-5+5i)$

بين انه اذا كانت النقطة  $(z)$  تنتهي الى الدائرة  $(C)$  التي مرکزها  $(2+5i)$  و شعاعها  $r$  فإن النقطة  $(z')$  تنتهي الى دائرة يتم تحديدها.

التمرين الثاني : (4,5 ن)

نعتبر في المجموعة  $\mathbb{C}$  المعادلة  $(E)$  التالية :  $(E): z^6 - 9iz^3 + 18 - 26i = 0$

1- تحقق أن:  $i-1$  و  $i+2$  حل للمعادلة  $(E)$ .

2- حل في  $\mathbb{C}$  المعادلة  $(E')$  حيث :  $(E'): z^3 - 1 = 0$

3- أ- بين أنه اذا كان  $z_0$  حل للمعادلة  $(E)$  و  $u_0$  حل للمعادلة  $(E')$  فإن  $z_0u_0$  حل للمعادلة  $(E)$ .

ت- استنتاج حلول المعادلة  $(E)$ .

التمرين الثالث : (4 ن)

نعتبر في المجموعة  $\mathbb{C}$  المعادلة  $(E)$  التالية :  $(E): \frac{z-i}{z+i} = 2i \left| \frac{z}{z+3i} \right|$  حيث  $z \in \mathbb{C}$

1- بين أن  $z$  حل للمعادلة  $(E)$  اذا و فقط اذا كان :  $|z+3i| = 2|z|$  و  $\frac{z-i}{z+i} = i$

(لاحظ ان  $\overline{z-i} = \overline{z} + i$ )

2- لتكن  $(C)$  مجموعة النقط  $(z)$  من المستوى العقدي ذات اللحق  $z$  بحيث :  $|z+3i| = 2|z|$ . بين أن  $(C)$  دائرة مطلوب تحديد مركزها وشعاعها.

3- لتكن  $(\Gamma)$  مجموعة النقط  $(z)$  من المستوى العقدي ذات اللحق  $z$  بحيث :  $\frac{z-i}{z+i} = i$

حدد المجموعة  $(\Gamma)$ .

4- استنتاج عدد حلول المعادلة  $(E)$ . ثم حدها.

- س ت

1,5

1

1,5

1

1

1,5

1

1

1

1

1,5

1

1

1

1

الى	الى	الى
الى	الى	الى

**التمرين الرابع : (3 ن)**

1- بین أن :  $\forall t \in \mathbb{R} : |\sin t| \leq |t|$

2- بین أن :  $\forall \theta \in \mathbb{R} : |e^{i\theta} - 1| \leq |\theta|$

3- استنتاج أن :  $\forall z \in \mathbb{C}^* : |z - |z|| \leq |z| |Arg(z)|$

**التمرين الاضافي : (2ن)**

1- ليكن  $x$  و  $y$  و  $z$  من  $\mathbb{R}$  بین أن :  $e^{ix} + e^{iy} + e^{iz} = 0 \Rightarrow e^{i2x} + e^{i2y} + e^{i2z} = 0$

2- بسط المجموع :  $\sum_{k=1}^{k=n} \frac{1}{2^k} \cos(k \frac{\pi}{3})$